

В. А. Бессонов

# Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике

## Введение\*

Важнейшей составной частью агрегированной модели экономического роста является производственная функция, связывающая выпуск с объемами основных фондов, затратами труда и, возможно, с иными факторами производства. Односекторные модели такого рода используются в качестве инструмента, применяемого как для прогнозирования экономики на горизонты, превышающие достижимые с использованием моделей временных рядов, основанных на экстраполяции существующих тенденций, так и для проведения ретроспективного анализа макроэкономических процессов. Представляется, что последнее никак не менее важно, чем первое. Так, известный результат ряда исследователей экономики СССР [1–10], состоящий в том, что эластичность замещения труда фондами в послевоенной советской экономике была существенно меньше единицы, имел чрезвычайную важность в аналитическом плане, поскольку означал неизбежность тупика, в который вела проводившаяся экономическая политика. Таким образом, агрегированную производственную функцию можно рассматривать как инструмент и прогнозирования, и ретроспективного анализа.

Целью данного исследования является изучение проблем построения производственных зависимостей для российской переходной экономи-

---

\* Автор выражает признательность Р.М.Энтову, С.Г.Синельникову-Мурылеву, В.В.Дашкееву, С.М.Дробышевскому, П.А.Кадочникову, О.В.Луговому, А.Н.Пономаренко и анонимному рецензенту за плодотворные обсуждения и полезные замечания.

ки. Ставится задача выяснения возможности использования аппарата производственных функций (или родственного ему) для адекватного описания процессов в российской переходной экономике. В связи с этим представляется необходимым:

- выявить факторы, определяющие в первом приближении динамику выпуска;
- исследовать характер связи выпуска с этими факторами;
- исследовать однородность этой связи во времени (т.е. выяснить, не изменяется ли характер связи со временем, в частности, не распадается ли исследуемый временной интервал на периоды с разным характером связи);
- провести содержательный анализ получаемых выводов.

Решение этих задач позволило бы сделать вывод о возможности использования аппарата производственных функций для прогнозирования в условиях российской переходной экономики.

Аппарат производственных функций достаточно хорошо разработан для развитых рыночных экономик, этой теме посвящена обширная литература. Вместе с тем условия переходной экономики (а до этого – и условия плановой экономики) приносят существенную специфику в проблематику, связанную с построением производственных функций. Так, в переходной экономике проблематичным является даже получение сколь угодно достоверных данных о затратах факторов производства – фондов и труда, причем эти проблемы упираются не только в технические трудности, но в еще большей мере – в принципиальные. Дело в том, что в переходной экономике затруднительно, а зачастую и невозможно, дать рыночную оценку производственных фондов (какова рыночная цена «стройки коммунизма», производившей продукцию, не востребованную рынком?). Затратные оценки фондов в нерыночных или не вполне рыночных условиях едва ли годятся на роль факторов, способных объяснять динамику производства. Схожие трудности возникают и с оценкой затрат труда в условиях эффекта *придерживания рабочей силы (labor hoarding)*, когда работники учитываются по формальному признаку – официальному месту работы, а не по фактическим затратам труда. В условиях интенсивных структурных сдвигов, характерных для переходной экономики, сводные экономические индексы, используемые при построении производственных функций, могут не содержать некоторой существенной информации о движении всей совокупности индивидуальных индексов, что может порождать неоднозначность результатов [11,12]. Также является вопросом, насколько уместно в переходной экономике (а до этого – в плановой) использовать именно эти

факторы производства (фонды и труд) и именно ту функциональную форму, которую и представляет собой обычная производственная функция.

В рыночной экономике этот выбор отнюдь не произволен и базируется на некотором теоретическом фундаменте, что, в свою очередь, позволяет определенным образом содержательно интерпретировать характеристики производственных функций (скажем, сопоставлять частную производную выпуска по труду с заработной платой). Однако вопрос о том, насколько этот теоретический базис адекватен более общему случаю переходной экономики, является дискуссионным. Представляется, что это дает основания для использования в случае переходной экономики вместо понятия производственной функции более общего понятия *производственной зависимости*, под которой будем понимать функциональную зависимость более общего вида, которая, например, может учитывать не только абсолютные величины, но и темпы роста, либо в ней может быть использован нетрадиционный набор факторов производства, скажем, вместо фондов могут быть использованы инвестиции. Именно в этом направлении развивался аппарат производственных функций в странах с плановой экономикой (см., например, [13]).

Исследования проблем построения производственных функций для российской (а до этого – советской) экономики имеют более чем тридцатилетнюю историю. До этого проведение подобных работ сдерживалось недостаточным уровнем развития средств вычислительной техники и состоянием советской экономической статистики. За рубежом специалисты в области анализа советского экономического роста стали проявлять интерес к данной проблематике тогда, когда работы по построению производственных функций для развитых рыночных экономик стали массовыми. Исследователей занимали, главным образом, проблемы прогнозирования перспектив советского экономического роста (см. [1–10]). В их работах отмечалась и специфика советской экономики как в связи с доминированием в ней плановых начал, так и в связи со скудностью и недостоверностью доступных статистических данных.

Параллельно с этим проводились исследования и в Советском Союзе. Отчасти они имели характер «диффузии» современных экономико-математических методов из-за рубежа (см., например, [14–19]), отчасти были посвящены построению производственных функций для советской экономики (см., например, [20,13,21–23]). При этом в ряде работ предлагались модификации производственных функций, учитывающих взаимосвязи между темпами факторов (см., например, [20,13,24,25]), что можно рассматривать как попытки учесть специфику, присущую именно советской экономике того периода.

С началом российских экономических реформ проблематика исследований претерпела существенные изменения [26–29]. Помимо уже упоминавшихся проблем измерения динамики факторов производства в условиях переходной экономики, возникли проблемы, связанные с резким ухудшением, на первых порах, качества экономической статистики, с разрывом преемственности с предыдущим периодом планового развития, доминированием трансформационных эффектов, когда возникла проблема идентификации влияния факторов производства на динамику производства на фоне трансформационного спада. В этих условиях предпринимаются попытки модификации традиционного набора факторов производства, в частности, путем использования инвестиций в качестве одного из таких факторов [26,27,29].

Работа имеет следующую структуру. В **1** приводятся некоторые сведения о производственных функциях, необходимые для дальнейшего изложения. В **2** дается развернутое описание используемой методики анализа, вводится система индикаторов экономической динамики, позволяющая проводить предварительный анализ данных, необходимый для построения производственных функций в рассматриваемых условиях. Раздел **3** посвящен собственно построению производственных функций для российской переходной экономики. В нем сначала рассматриваются некоторые проблемы построения производственных функций для периода плановой экономики, предшествовавшего переходному периоду, а затем анализируется возможность построения производственных функций в условиях переходного периода, для чего используются различные варианты факторов производства и виды производственных зависимостей. В **4** проводится анализ динамики совокупной факторной производительности. Полученные результаты обсуждаются в заключении. Там же формулируются выводы и определяются направления дальнейших исследований.

# 1. Некоторые сведения о производственных функциях

Приведем некоторые сведения о производственных функциях, необходимые для дальнейшего изложения.

## 1.1. Производственная функция

*Производственная функция (ПФ)*

$$(1.1) \quad Y = F(K, L; t)$$

определяет взаимосвязь выпуска  $Y$  с факторами производства – капиталом  $K$  и трудом  $L$ , для которой существенны возможность и ограниченность замещения между факторами. Эта взаимосвязь, вообще говоря, может изменяться со временем  $t$ .

Предположение о том, что выпуск описывается производственной функцией (1.1) означает, что  $Y$  предполагается зависящим лишь от  $K$  и  $L$  и не зависящим от других факторов и от предыстории. Это является достаточно сильным допущением, учитывая, что «законы природы написаны на языке дифференциальных уравнений». Согласно этому предположению из всего множества возможных факторов производства определяющими являются только два,  $K$  и  $L$ , причем именно в том виде, в котором они взяты.

Обычно полагают, что:

- функция  $F(K, L; t)$  непрерывна;
- функция  $F(K, L; t)$  дважды дифференцируема по аргументам  $K$  и  $L$ ;
- производство невозможно при отсутствии хотя бы одного ресурса, т.е.  $F(0, L; t) = F(K, 0; t) = 0$ ;
- увеличение затрат любого из факторов при неизменных количествах другого приводит к увеличению выпуска, т.е.  $\partial F / \partial K > 0$ ,  $\partial F / \partial L > 0$ ;
- можно сохранить выпуск постоянным, замещая некоторое количество одного фактора дополнительным использованием другого, при этом

необходимо не уменьшающееся количество первого фактора для замещения равных количеств второго, т.е.  $\partial^2 F / \partial K^2 \leq 0$ ,  $\partial^2 F / \partial L^2 \leq 0$ .

Последнее предположение о замещаемости, являющееся отражением известного закона убывающей отдачи, определяет форму *производственной поверхности* в пространстве  $(Y, K, L)$  и постулирует, что *изокванты*, т.е. зависимости  $(K, L)|_Y$  – кривые равного выпуска, являются монотонно убывающими и выпуклыми функциями  $K(L)$  или  $L(K)$ .

Обычно полагают, что ПФ (1.1) – *однородна* по аргументам  $K$  и  $L$ , т.е. существует такое  $\gamma > 0$  (*степень однородности*), что для произвольного  $\lambda > 0$  справедливо

$$F(\lambda K, \lambda L; t) = \lambda^\gamma F(K, L; t) .$$

Весьма часто считают, что ПФ (1.1) *линейно-однородна*, т.е. что пропорциональное увеличение затрат факторов приводит к росту выпуска в той же пропорции. В этом случае  $\gamma = 1$ .

Легко показать, что для однородной степени  $\gamma$  по аргументам  $K$  и  $L$  производственной функции  $F(K, L; t)$  в любой точке области определения выполняется уравнение Эйлера

$$\frac{\partial \ln F(K, L; t)}{\partial \ln K} + \frac{\partial \ln F(K, L; t)}{\partial \ln L} = \gamma$$

или

$$E_K + E_L = \gamma ,$$

где  $E_K = \frac{\partial \ln F}{\partial \ln K}$  – *эластичность выпуска по фондам*,  $E_L = \frac{\partial \ln F}{\partial \ln L}$  – *эластичность выпуска по труду*.

В простейшем (и весьма распространенном) случае считается, что производственная функция не зависит явно от времени.

## 1.2. Свойства линейно-однородной производственной функции

Рассмотрим некоторые свойства не зависящей явно от времени линейно-однородной ПФ (см., например, [30–33])

$$(1.2) \quad Y = F(K, L) .$$

Поскольку ПФ (1.2) – линейно-однородна, то ее можно представить в виде

$$y = f(k)$$

или

$$g = q(l) ,$$

где  $y = Y/L$  – средняя производительность труда,  $g = Y/K$  – средняя фондоотдача,  $k = K/L$  – средняя фондовооруженность,  $l = 1/k = L/K$  – средняя трудообеспеченность фондов,  $f(k) = F(k,1)$ ,  $q(l) = F(1,l)$ .

Согласно предположению о том, что увеличение затрат любого из факторов увеличивает выпуск, функции  $f(k)$  и  $q(l)$  являются монотонно возрастающими, т.е. с учетом дифференцируемости (1.2),  $f' > 0$ ,  $q' > 0$ . Согласно предположению о взаимной замещаемости и с учетом дважды дифференцируемости (1.2),  $f'' \leq 0$ ,  $q'' \leq 0$  (рис. 1.1, 1.2).

Согласно предположению о замещаемости, изокванты (линии уровня) ПФ (1.2) – монотонно убывающие и выпуклые функции  $K(L)$  и  $L(K)$  (рис. 1.3).

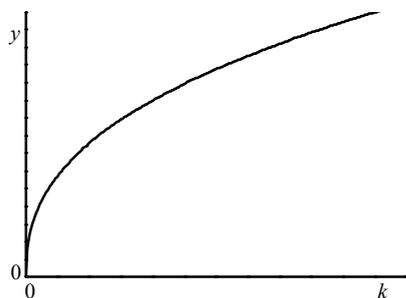


Рис. 1.1. Зависимость  $(y,k)$  для ПФ (1.2)

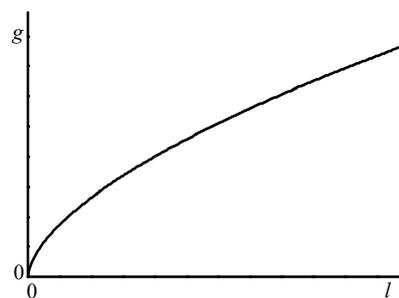


Рис. 1.2. Зависимость  $(g,l)$  для ПФ (1.2)

Предельной нормой замещения труда фондами называют

$$S = - \left( \frac{\partial K}{\partial L} \right)_y = \frac{\partial F / \partial L}{\partial F / \partial K} ,$$

а относительной капиталоемкостью –

$$\kappa = -\left(\frac{\partial \ln K}{\partial \ln L}\right)_Y = \frac{\partial \ln F / \partial \ln L}{\partial \ln F / \partial \ln K} = \frac{E_L}{E_K} .$$

Эластичность замещения труда фондами есть

$$\sigma = \frac{\partial \ln k}{\partial \ln S} .$$

Известно, что если  $\sigma \in (0,1)$ , то с ростом средней фондовооруженности  $k$  наблюдается падение в пределе до нуля эластичности выпуска по фондам  $E_K$  (и, соответственно, рост эластичности выпуска по труду  $E_L = 1 - E_K$  в пределе до единицы). С уменьшением  $\sigma$  кривая  $(E_K, k)$  имеет все более крутой сопрягающий участок, вплоть до вертикального при  $\sigma = 0$  (рис. 1.5). При  $\sigma = 1$   $E_K = \text{const}$ , а случай  $\sigma > 1$  характеризуется ростом  $E_K$  с ростом  $k$ .

Зависимость эластичности выпуска по труду  $E_L$  от средней трудообеспеченности фондов  $l$  описывается аналогичным образом.

Справедливо соотношение

$$\frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln k} = \frac{1}{\sigma} - 1 .$$

Поэтому, если  $\sigma = \text{const}$ , то график зависимости  $(\ln \kappa, \ln k)$  представляет собой прямую линию с угловым коэффициентом равным  $\rho = \frac{1}{\sigma} - 1$  (рис. 1.6).

Аналогично, при  $\sigma = \text{const}$  прямой линией является и график  $(\ln k, \ln S)$ , где  $S$  – предельная норма замещения.

### 1.3. Производственная функция с постоянной эластичностью замещения

На практике часто используют ПФ, принадлежащие к классу CES-функций (*constant elasticity of substitution*), т.е. ПФ с *постоянной эластичностью замещения* [34]

$$(1.3) \quad Y = A(bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho})^{-\gamma/\rho} , \\ A > 0, b \in [0,1], \rho \in [-1,0) \cup (0,+\infty), \gamma > 0 .$$

Эластичность замещения функции (1.3) постоянна и равна  $\sigma = 1/(1+\rho)$ .

Положив в (1.3)  $Y = \text{const}$ , получим выражение для изокванты CES-функции

$$bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho} = \left(\frac{Y}{A}\right)^{-\rho/\gamma} .$$

Легко показать, что изокванты ПФ (1.3) являются монотонно убывающими выпуклыми функциями. Чем выше  $\rho$  (т.е. чем ниже  $\sigma$ ), тем больше кривизна сопрягающего участка (рис. 1.3). Если  $\sigma > 1$ , то имеется возможность полного замещения одного фактора производства другим при сохранении выпуска неизменным, что противоречит предположению о невозможности производства при отсутствии хотя бы одного ресурса. Если  $\sigma \leq 1$ , то возможности полного замещения одного фактора другим не существует.

Семейство изоквант CES-функции для разных значений эластичности замещения  $\sigma$  в координатах  $(K, L)$  представлено на рис. 1.3. Представляет также интерес анализ изоквант и в координатах  $(K^{-1}, L^{-1})$ , это будет обсуждаться ниже в 2.5. Семейство изоквант в координатах  $(K^{-1}, L^{-1})$  представлено на рис. 1.4.

Из (1.3) для эластичности выпуска по фондам получаем

$$(1.4) \quad E_K = \frac{\gamma}{1 + \frac{1-b}{b} k^\rho} .$$

Зависимости  $(E_K, k)$  для разных значений  $\rho$  представлены на рис. 1.5. Таким образом, для CES-функции эластичность выпуска по фондам  $E_K$  (как и эластичность выпуска по труду  $E_L$ ) является функцией средней фондовооруженности  $k$ , причем – *монотонной* функцией. Вместе с тем не всякая монотонная зависимость  $(E_K, k)$  может быть описана производственной функцией, обладающей традиционным набором свойств. Так, невозможен рост  $E_K$  с ростом  $k$  быстрее, чем имеющий место для линейной ПФ, у которой  $\sigma = \infty$  (рис. 1.5), поскольку это означало бы, что эластичность замещения  $\sigma < 0$  и нарушается требование неположительности вторых частных производных ПФ, вытекающее из закона убывающей отдачи.

Из (1.4) и из уравнения Эйлера  $E_K + E_L = \gamma$  получаем

$$(1.5) \quad \kappa = \frac{E_L}{E_K} = \frac{1-b}{b} k^\rho ,$$

т.е. для CES-функции  $\kappa$  связано с  $k$  степенной зависимостью, откуда

$$(1.6) \quad \ln \kappa = \ln \frac{1-b}{b} + \rho \ln k ,$$

т.е. график  $(\ln k, \ln k)$  для CES-функции представляет прямую линию (рис. 1.6).

Накладыванием дополнительных ограничений на величину эластичности замещения  $\sigma$  можно получить некоторые частные виды CES-функции (см., например, [15,14,16]).

Если в (1.3) величину  $\rho$  устремить к нулю, то в пределе (по правилу Лопиталья) получим функцию Кобба-Дугласа

$$(1.7) \quad Y = AK^{b\gamma} L^{(1-b)\gamma} .$$

Ей соответствует значение  $\sigma = 1$ . Нетрудно убедиться, что в (1.7) показатели степени  $b\gamma$  и  $(1-b)\gamma$  равны эластичностям выпуска по факторам. Таким образом, в этом случае  $E_K$  и  $E_L$  постоянны (не зависят от  $k$ ).

Если в (1.3) величину  $\rho$  устремить к бесконечности, то в пределе получим производственную функцию с фиксированными пропорциями (функцию Леонтьева)

$$Y = A \min(K, L)^\gamma ,$$

которую чаще записывают в виде

$$(1.8) \quad Y = A \min\left(\frac{K}{K_0}, \frac{L}{L_0}\right)^\gamma .$$

ПФ Леонтьева (1.8) не является дифференцируемой в точке  $K = K_0$  и  $L = L_0$ . Ей соответствует значение  $\sigma = 0$ . В этом случае факторы производства обладают *свойством дополняемости* (в отличие от свойства замещаемости при  $\sigma > 0$ ; см. [35]), согласно которому между ними имеются определенные пропорции, при отклонении от которых избыток фактора не вносит вклада в выпуск. Это свойство наглядно демонстрирует график изокванты (рис. 1.3).

Если в (1.3) величину  $\rho$  положить равной  $-1$ , получим производственную функцию с линейными изоквантами

$$(1.9) \quad Y = A(bK + (1-b)L)^\gamma ,$$

которую даже при  $\gamma \neq 1$  часто называют просто линейной. Ей соответствует значение  $\sigma = +\infty$ , что свидетельствует о неограниченных возможностях замещения (возможно даже полное замещение одного фактора другим). Изокванта ПФ (1.9) является прямой линией (рис. 1.3).

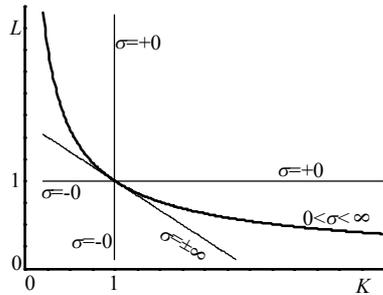


Рис. 1.3. Изокванты CES-функции для разных значений эластичности замещения  $\sigma$

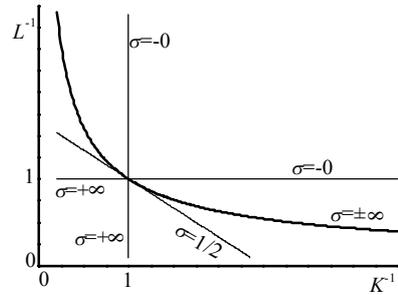


Рис. 1.4. Изокванты CES-функции для разных значений эластичности замещения  $\sigma$

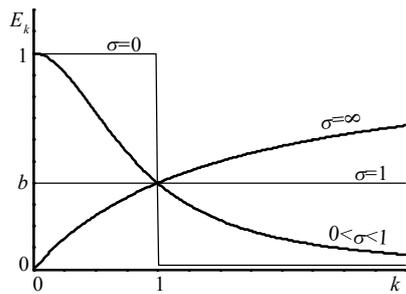


Рис. 1.5. Зависимости  $(E_k, k)$  для разных значений эластичности замещения  $\sigma$

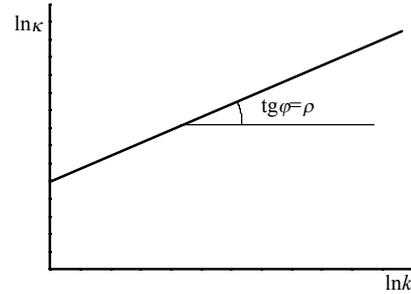


Рис. 1.6. Зависимость  $(\ln k, \ln k)$  при  $\sigma = \text{const}$ .

#### 1.4. Фактор времени в производственной функции

Фактор времени в функции  $F(K, L; t)$  вводится, в частности, для учета влияния совокупности всех других, не фигурирующих непосредственно в списке аргументов ПФ, факторов (которые часто связывают с *техническим прогрессом*, см., например, [36–39]).

Поскольку

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial K} \dot{K} + \frac{\partial F}{\partial L} \dot{L},$$

где точка над переменной обозначает дифференцирование по времени, то

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\partial \ln F}{\partial t} + \frac{\partial \ln F}{\partial \ln K} \frac{\dot{K}}{K} + \frac{\partial \ln F}{\partial \ln L} \frac{\dot{L}}{L}$$

или

$$\delta_Y = p + E_K \delta_K + E_L \delta_L ,$$

где  $\delta_Y = \frac{\dot{Y}}{Y}$ ,  $\delta_K = \frac{\dot{K}}{K}$  и  $\delta_L = \frac{\dot{L}}{L}$  – темпы выпуска, капитала и труда соответственно,  $E_K$  и  $E_L$  – эластичности выпуска по фондам и труду, а  $p = \frac{\partial \ln F}{\partial t}$  – член, учитывающий вклад прогресса в темп выпуска (его часто называют также *темпом автономного технического прогресса*).

Если  $p = \text{const}$ , то ПФ (1.1) может быть представлена в виде

$$Y = e^{pt} F(K, L) .$$

## 1.5. Экономическая область

Иногда полагают, что свойство замещаемости выполняется не на всей области определения производственной функции, а лишь в пределах некоторого ее подмножества, которое называют *экономической областью* [32,16]. В этом случае при неизменном  $L$  увеличение  $K$  лишь до некоторого значения  $K^*(L)$  приводит к увеличению выпуска (рис. 1.7). Аналогично, при неизменном  $K$  увеличение  $L$  лишь до некоторого  $L^*(K)$  приводит к увеличению выпуска (рис. 1.7). Экономической областью является множество таких точек  $(K,L)$ , для которых  $\frac{\partial F}{\partial K} > 0$  и  $\frac{\partial F}{\partial L} > 0$  (рис. 1.8). Для границ эконо-

номической области (*разделяющих линий*) выполнено  $\frac{\partial F}{\partial K} = 0$  или  $\frac{\partial F}{\partial L} = 0$ .

Использование факторов  $K$  и  $L$  в сочетаниях, не попадающих в экономическую область, бессмысленно с экономической точки зрения, поскольку за пределами экономической области всегда можно сэкономить на издержках, не уменьшив выпуск. В пределах же экономической области сокращение использования одного фактора при неизменном количестве другого всегда приводит к уменьшению выпуска.

Изокванты ПФ с ограниченной экономической областью (т.е. с экономической областью, не совпадающей с областью определения ПФ)

можно рассматривать как функции  $K(L)$  или  $L(K)$  лишь в пределах экономической области (рис. 1.7, 1.8).

Из рассмотренных выше производственных функций все, за исключением ПФ Леонтьева (1.8), имеют неограниченную экономическую область. Экономическая область ПФ Леонтьева вырождена в прямую  $\frac{K}{K_0} = \frac{L}{L_0}$  (с которой можно считать совпадающими обе разделяющих ли-

нии), за пределами которой либо  $\frac{\partial F}{\partial K} = 0$ , либо  $\frac{\partial F}{\partial L} = 0$ . Для ПФ Леонтьева

существует лишь единственное сочетание факторов (единственная рациональная структура производственных ресурсов [16]), попадающее в экономическую область, поэтому эту ПФ называют также *производственной функцией с постоянными (фиксированными) пропорциями*. В случае же, когда экономическая область ограничена, но не вырождена, существует определенный диапазон сочетаний факторов, могущих быть в некотором смысле рациональными.

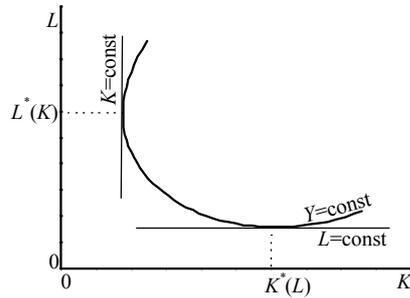


Рис. 1.7. Изокванта ПФ с ограниченной экономической областью



Рис. 1.8. Ограниченная экономическая область производственной функции

Если ПФ  $F(K, L)$  – линейно-однородна и имеет ограниченную экономическую область, то функция  $y = f(k)$  ограничена сверху, т.е. существует такое  $\bar{y} \in (0, \infty)$ , что для любого  $k$   $f(k) \leq \bar{y}$ . Аналогично, ограничена сверху и функция  $g = q(l)$ , т.е. существует такое  $\bar{g} \in (0, \infty)$ , что для любого  $l$   $g(l) \leq \bar{g}$ . Это свойство отражает ограниченность возможностей замещения одного фактора другим и означает, что увеличением фондовооруженности

$k$  нельзя добиться неограниченного роста производительности труда  $y$ . Следствием этого свойства является снижение фондоотдачи  $g$  в пределе до нуля при неограниченном увеличении фондовооруженности  $k$ , поскольку  $g = \frac{Y}{K} = \frac{y}{k} \leq \frac{\bar{y}}{k}$ . Аналогично, увеличением трудообеспеченности фондов  $l$  нельзя добиться неограниченного роста фондоотдачи  $g$ , а неограниченное увеличение трудообеспеченности фондов  $l$  приводит к снижению производительности труда  $y$  в пределе до нуля, поскольку  $y = \frac{Y}{L} = \frac{g}{l} \leq \frac{\bar{g}}{l}$ .

Как правило, на практике используют ПФ с неограниченной экономической областью (исключение составляет ПФ Леонтьева, которая хотя и имеет ограниченную экономическую область, но является пределом последовательности производственных функций, имеющих неограниченную экономическую область). По всей видимости, это обусловлено тем, что рыночная экономика, с наличием на микроуровне эффективных механизмов саморегулирования, каковой бы ни была ее производственная функция, функционирует в пределах экономической области. Поэтому не играет особой роли, как ПФ будет доопределена в области тех значений  $(K, L)$ , в которых она реально не бывает, – чтобы определить, ограничена ли экономическая область, нужно выйти за ее пределы. Представляется поэтому, что проблема возможной ограниченности экономической области не является актуальной для случая рыночной экономики.

В плановой же экономике ситуация иная. В силу отсутствия на микроуровне эффективных механизмов обратной связи, возвращающих систему в равновесие, в плановой экономике выход за пределы экономической области представляется вполне реальным. Хорошо известно, что для российской плановой экономики были характерны различные диспропорции, такие, как избыточная занятость или избыточные фонды.

В переходной экономике априори также нельзя исключать возможности выхода за пределы экономической области. Во-первых, это обусловлено тем, что переходная экономика в какой-то мере наследует свойства плановой экономики. Во-вторых, с началом рыночных реформ и возникновением спросовых ограничений многие ресурсы становятся невостребованными рынком, продолжая в то же время требовать издержек на их поддержание (скажем, занятость, которая искусственно поддерживается на избыточном уровне с целью снижения социальной напряженности, или недостаточно загруженное оборудование). В-третьих, переходная экономика может обладать собственными свойствами, отличающими ее как от плановой, так и от рыночной экономики. Например, возникающие в процессе

трансформации неэффективные устойчивые институты – *институциональные ловушки* [40] могут существенно снижать эффективность функционирования экономики и, возможно, выводить ее за пределы экономической области. Такие *трансформационные эффекты*, как трансформационный спад [41,42,12] и мощные структурные сдвиги [11,12] также могут сопровождаться выходом за пределы экономической области. Наконец, переходный процесс может быть настолько неравновесным, что возникает наложение *провалов рынка (market fails)* и *провалов государства (state fails)*, когда государство уже не справляется с управлением, а эффективные рыночные механизмы саморегулирования еще не сформировались.

## 2. Методика анализа

### 2.1. Специфика российской переходной экономики

Попытки построения агрегированной производственной функции для российской переходной экономики наталкиваются на серьезные трудности, обусловленные особенностями переходной экономики как объекта исследования. Возникает необходимость адекватного учета этой специфики на уровне используемой методики анализа.

В чем состоит эта специфика и какие способы можно предложить для ее адекватного учета? Во-первых, она состоит в крайней скудности и недостаточной достоверности информационной базы, описывающей развитие российской (а до этого советской) экономики на макроуровне. Данные представлены достаточно короткими временными рядами, что делает проблематичным получение надежных эконометрических оценок и вынуждает искать иные способы извлечения полезной информации из имеющихся данных. Применение совокупности таких методов и приемов, которые будут подробно описаны ниже, будем называть предварительным анализом данных. Не всегда высокая точность исходных данных зачастую вынуждает ограничиваться использованием сравнительно простого инструментария, предъявляющего менее высокие требования к качеству исходных данных (скажем, оценивать параметры функции Кобба-Дугласа, а не CES). Это может потребовать отказа от анализа оценок «параметров второго порядка» (т.е. параметров, основанных на использовании вторых производных, таких, как эластичность замещения) и ограничиться лишь анализом сравнительно «грубых» свойств экономической системы.

Во-вторых, специфика российской переходной экономики состоит в том, что принципы ее функционирования могут отличаться от принципов функционирования рыночной экономики. Отчасти это может быть обусловлено наследием плановой экономики, в которой доминировали ресурсные, а не спросовые ограничения, отчасти, как уже отмечалось выше, играют роль трансформационные эффекты, присущие именно переходной экономике. Все это также должно получить адекватное отражение в ис-

пользуемой методике анализа. Отсутствие эффективных механизмов, приводящих экономику в равновесие, может способствовать возникновению длительных по времени и значительных по масштабу отклонений от равновесия. Большая роль и более значительные возможности государственного вмешательства в экономику усугубляют эту проблему. Возможность существования таких масштабных флуктуаций необходимо учитывать при проведении анализа. С одной стороны, это может вынудить учитывать нелинейные эффекты (например, связанные с выходом за пределы экономической области), с другой стороны, длительные флуктуации значительного масштаба способны существенно снижать качество эконометрических оценок.

В-третьих, в плановой, а, следовательно, и в переходной экономике затруднено использование данных о долях капитала и труда в качестве прямых (т.е. полученных на основе соответствующей статистической информации, а не путем проведения эконометрических расчетов) оценок факторных эластичностей. Это сужает арсенал адекватных методов и особенно затрудняет анализ совокупной факторной производительности. В ряде случаев становится проблематичной даже идентификация долгосрочных тенденций совокупной факторной производительности (более подробно этот вопрос рассматривается в 4). К этой же группе проблем отнесем и уже упоминавшиеся проблемы адекватного измерения капитала и труда.

В-четвертых, всякая экономика является развивающейся системой и это порождает известные трудности проведения межвременных сопоставлений в ней, создаваемые необходимостью сравнения, вообще говоря, разных систем. Эта проблема резко усугубляется в переходной экономике, экономике быстрых изменений, процессы в которой резко (порой на порядки) интенсифицируются по сравнению со стабильно развивающимися экономиками. Это отражает известный общесистемный принцип, согласно которому переходные процессы в системах самой разной природы являются быстротекущими по сравнению с периодами достаточно стабильного развития (и, в частности, поэтому переходные процессы хуже изучены). В стабильной экономике эту проблему пытаются обходить, полагая (чаще всего – справедливо), что темп изменений в системе не высок, поэтому система в каждом следующем периоде почти не отличается от системы в предыдущем периоде, а существующие отличия могут быть учтены путем введения незначительных поправок. Низкие темпы изменений позволяют получить число членов временных рядов, соответствующих системе с почти неизменными свойствами, достаточное для проведения корректного эконометрического анализа. В переходной экономике ситуация существенно иная. Резкая интенсификация процессов приводит к гораздо более быстрой,

чем в стабильной экономике, утрате сопоставимости между соседними членами временных рядов. В естественных науках и в технике в таких случаях производят сгущение сетки путем увеличения частоты проведения измерений, однако, в случае анализа макроэкономической динамики возможности увеличения частоты измерений ограничиваются существующей системой государственной статистики. Система государственной статистики складывается десятилетиями и может быть адекватной лишь потребностям стабильно развивающейся экономики. В частности, технологии сбора и обработки информации ориентированы на характерные времена процессов, присущие стабильной экономике. В переходной экономике процессы интенсифицируются, их характерные времена уменьшаются. В результате возникающего рассогласования характерных времен объекта измерения и системы измерения часть информации об объекте может оказаться за пределами полосы пропускания системы измерения. В результате соседние члены временных рядов могут соответствовать существенно различающимся системам, что резко затрудняет использование эконометрических методов.

Все рассмотренные проблемы приводят к ухудшению качества эконометрических оценок и вынуждают уделять большее внимание предварительному анализу данных.

Методику анализа, в особенности, предварительного анализа данных, представляется целесообразным рассмотреть на простом и удобном примере, дающем наглядный результат. В качестве основы для такого примера хорошо подходят данные по СССР из широко известной работы М. Вейцмана [1, с. 677], представленные временными рядами годовых значений с 1950 по 1966 гг. в процентах к их значению в 1960 г. Данные приведены в Приложении 1 (табл. П.1.1). Вопрос их адекватности рассматривать не будем (см. [1, с. 686–692], [2]), поскольку цель данного раздела состоит в описании используемой ниже техники анализа, а не в исследовании развития советской экономики 1950–1960-х гг.

## 2.2. Нормировка исходных данных

За исключением частных случаев, исходные данные, используемые для построения производственной функции, должны быть представлены *индексами*, т.е. относительными (и, следовательно, безразмерными) величинами. Это требование обусловлено тем, что во многих спецификациях ПФ (скажем в формуле CES-функции) используется операция возведения в степень, в общем случае не являющуюся целым числом. Очевидно, эта операция является корректной лишь для безразмерных величин. В некото-

рых случаях требование использования индексов необходимо для согласования размерностей (например, в формуле ПФ Леонтьева (1.8)). Если же по каким-либо причинам необходимо использовать данные, не являющиеся безразмерными, то производственная функция может быть представлена в виде

$$\frac{Y}{Y_0} = F\left(\frac{K}{K_0}, \frac{L}{L_0}; t\right),$$

где  $Y_0, K_0, L_0$  – нормировочные константы, которые можно считать также единицами измерения. Это представление эквивалентно переводу исходных данных в базисные индексы.

Выше в 1 необходимости использования индексов не уделялось внимания, поскольку обсуждались лишь свойства производственных функций. При описании же методики анализа экономической динамики необходимо подчеркнуть, что исходные данные должны быть представлены *временными рядами экономических индексов*.

Заметим также, что оценки некоторых параметров производственных функций зависят от нормировки исходных данных, т.е. от выбора констант  $Y_0, K_0$  и  $L_0$  (единиц измерения), определяемого, например, выбором периода, используемого в качестве базисного во временных рядах  $Y, K$  и  $L$ , и от выбора масштаба времени и начала его отсчета. Например, при оценивании параметров CES-функции

$$Y = Ae^{pt} \left( bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho} \right)^{-1/\rho},$$

оценка параметра  $A$  зависит от нормировки исходных данных, а также от того, какому периоду соответствует начало отсчета времени  $t = 0$  и в каких единицах оно измеряется (в годах, месяцах и т.п.). Оценка параметра  $p$  зависит от выбора единицы измерения времени, а оценка параметра  $b$  – от нормировки исходных данных (выбора единиц измерения). Поэтому необходимо проявлять осторожность при содержательной интерпретации оценок и особенно при сопоставлении оценок, полученных по различным масштабам данных.

### 2.3. Производственная функция как функция осреднения

Традиционная линейно-однородная производственная функция  $Y = F(K, L)$  есть не просто функция, связывающая индекс выпуска  $Y$  с ин-

дексами капитала  $K$  и труда  $L$ , а функция, определяющая индекс выпуска  $Y$  как *среднее* индексов капитала  $K$  и труда  $L$ . Действительно, в соответствии с выражением ПФ с линейными изоквантами

$$Y = A(bK + (1-b)L),$$

индекс выпуска  $Y$  есть взвешенное среднее арифметическое индексов капитала  $K$  и труда  $L$  с весами  $Ab$  и  $A(1-b)$ . В данном случае сумма весов не равна 1, но это не более чем вопрос выбора единиц измерения. Всегда можно перенормировать исходные данные так, что сумма весов будет равна 1 (в данном случае для этого достаточно в качестве ряда выпуска использовать  $Y_1 = Y(t)/A$ ).

Функция Кобба-Дугласа

$$Y = AK^b L^{1-b}$$

определяет индекс выпуска  $Y$  как взвешенное среднее геометрическое индексов капитала  $K$  и труда  $L$  с весами  $b$  и  $1-b$ . Параметр  $A$ , как и в предыдущем случае, определяется нормировкой исходных данных, которая может быть выбрана так, чтобы он обратился в 1.

Функция CES

$$Y = A(bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho})^{-1/\rho},$$

определяет индекс выпуска  $Y$  как взвешенное среднее степенное степени  $-\rho$  индексов капитала  $K$  и труда  $L$  с весами  $b$  и  $1-b$ , как на это указывали и сами авторы работы [34], в которой была предложена CES-функция. Различные виды средних величин подробно рассмотрены в работе К. Джини [43], опираясь на которую, можно предложить большое количество спецификаций производственных функций.

Производственные функции  $F(\cdot)$  с показателем однородности  $\gamma$ , отличным от единицы, очевидно, могут быть представлены в виде  $F(\cdot) = F_1^\gamma(\cdot)$ , где  $F_1(\cdot)$  – линейно-однородная ПФ, являющаяся функцией осреднения. В этом случае индекс  $Y_1 = Y^{1/\gamma}$  есть среднее индексов капитала  $K$  и труда  $L$ . Если же  $Y = e^{pt} F_1^\gamma(K, L)$ , то  $Y_1 = (Ye^{-pt})^{1/\gamma}$  есть среднее индексов капитала  $K$  и труда  $L$ .

В том, что традиционная ПФ является функцией осреднения факторов или может быть приведена к такой функции простым преобразованием исходных данных, нет ничего удивительного, поскольку основная идея ПФ, состоящая в том, что факторы производства в известных пределах мо-

гут замещать друг друга, сохраняя результат (выпуск) неизменным, – та же, что и идея, лежащая в основе функций осреднения. Таким образом, с формальной точки зрения производственная функция – не более чем функция осреднения факторов, определяющая индекс выпуска  $Y$  как среднее индексов капитала  $K$  и труда  $L$ .

Из того факта, что  $F(\cdot)$  является функцией осреднения, следует, что, если исходные данные  $Y_t$ ,  $K_t$  и  $L_t$  представлены базисными индексами по отношению к одному и тому же периоду  $t_0$ , то для любого  $t_0$  и всех периодов  $t$  должно выполняться

$$Y_t \in [\min(K_t, L_t), \max(K_t, L_t)] .$$

Другими словами, на графике зависимостей базисных индексов  $Y$ ,  $K$  и  $L$  от времени  $t$  временной ряд индекса выпуска  $Y$  должен быть расположен *между* временными рядами индексов капитала  $K$  и труда  $L$ .

Если в выражении  $Y = F(K, L)$  перейти от абсолютных величин к темпам, то получим

$$(2.1) \quad \delta_Y = E_K \delta_K + E_L \delta_L ,$$

где для линейно-однородной производственной функции, в соответствии с уравнением Эйлера,  $E_L = 1 - E_K$  и, следовательно, выражение (2.1) определяет  $\delta_Y$  как взвешенное среднее арифметическое  $\delta_K$  и  $\delta_L$  с неотрицательными весами  $E_K$  и  $1 - E_K$ , дающими в сумме единицу. Таким образом, линейно-однородная производственная функция является функцией осреднения не только базисных индексов, но и их темпов, откуда следует, что на графике зависимостей  $\delta_Y$ ,  $\delta_K$  и  $\delta_L$  от времени временной ряд  $\delta_Y$  должен быть расположен *между* временными рядами  $\delta_K$  и  $\delta_L$ . Заметим, что в этом случае проблемы нормировки (выбора единиц измерения) не возникает.

Для производственной функции с показателем однородности  $\gamma$  справедливо

$$\frac{1}{\gamma} \delta_Y = \frac{1}{\gamma} E_K \delta_K + \frac{1}{\gamma} E_L \delta_L ,$$

т.е.  $\frac{1}{\gamma} \delta_Y$  есть взвешенное среднее арифметическое  $\frac{1}{\gamma} E_K$  и  $\frac{1}{\gamma} E_L$  с неотрицательными весами  $\delta_K$  и  $\delta_L$ , дающими в сумме единицу. Если же ПФ учитывает и автономный технический прогресс с темпом  $p$ , то  $(\delta_Y - p)/\gamma$  есть среднее  $\delta_K$  и  $\delta_L$ . В этих случаях производственная функция может быть

приведена к функции осреднения темпов простым преобразованиям исходных данных.

Для того чтобы проиллюстрировать, как обсуждавшиеся выше свойства выполняются на практике, обратимся к рис. 2.1 и рис. 2.2, построенным по исходным данным из работы М. Вейцмана [1]. Видим (рис. 2.1), что график базисного индекса  $Y$  расположен вблизи границы области, задаваемой графиками индексов  $K$  и  $L$ , причем в первой половине 1950-х гг. рост  $Y$ , хотя и незначительно, но опережает рост  $K$  – наиболее быстро растущего фактора. Более четко это видно на графике темпов (рис. 2.2).

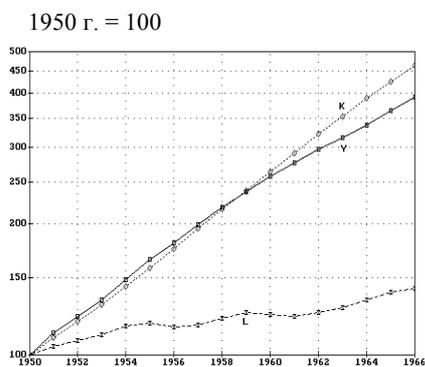


Рис. 2.1. Пример динамики индексов  $Y$ ,  $K$  и  $L$

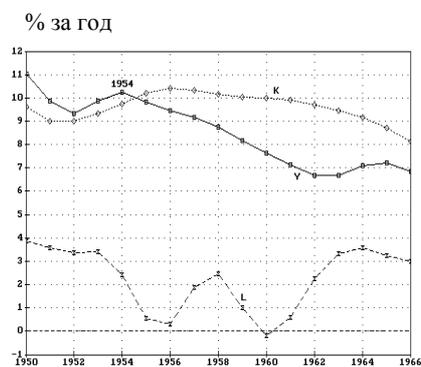


Рис. 2.2. Пример динамики  $\delta_Y$ ,  $\delta_K$  и  $\delta_L$

Здесь и ниже, если это не оговорено особо, темпы рассчитаны по формуле центральных разностей

$$(2.2) \quad \delta_{X,t} = \begin{cases} \frac{\bar{X}_{t+1} - \bar{X}_t}{\bar{X}_t}, & t = 1, \\ \frac{\bar{X}_{t+1} - \bar{X}_{t-1}}{2\bar{X}_t}, & t = \overline{2, n-1}, \\ \frac{\bar{X}_t - \bar{X}_{t-1}}{\bar{X}_t}, & t = n \end{cases}$$

после сглаживания

$$(2.3) \quad \bar{X}_t = \begin{cases} \frac{3}{4}X_t + \frac{1}{2}X_{t+1} - \frac{1}{4}X_{t+2}, & t = 1, \\ \frac{1}{4}X_{t-1} + \frac{1}{2}X_t + \frac{1}{4}X_{t+1}, & t = \overline{2, n-1}, \\ -\frac{1}{4}X_{t-2} + \frac{1}{2}X_{t-1} + \frac{3}{4}X_t, & t = n, \end{cases}$$

где  $X_t$  – значение базисного индекса периода  $t$ ,  $\bar{X}_t$  – соответствующее сглаженное значение,  $t = \overline{1, n}$ ,  $n$  – длина временного ряда  $X_t$ . Веса метода сглаживания (2.3) подобраны так, чтобы сглаживание полностью гасило временной ряд с компонентами  $a(-1)^t$ , где  $a$  – произвольная константа, и не искажало линейного тренда. Дифференцирование по формулам (2.2)–(2.3) дает более точную аппроксимацию логарифмической производной, чем, скажем, по формуле темпов прироста.

Вернемся к рис. 2.2. В 1950–1954 гг. темп выпуска был выше максимального из темпов фондов и труда, после чего  $\delta_Y$  перешел в область между  $\delta_K$  и  $\delta_L$ . Поскольку до 1954 г. темп выпуска  $\delta_Y$  был *выше*, чем темпы факторов  $\delta_K$  и  $\delta_L$ , следовательно, функция, связывающая  $\delta_Y$  с  $\delta_K$  и  $\delta_L$ , *не может быть функцией осреднения*, как не может быть функцией осреднения и функция, связывающая  $Y$  с  $K$  и  $L$ . Такая совместная динамика рассматриваемых временных рядов может быть описана лишь производственной функцией, имеющей степень однородности  $\gamma > 1$ , либо ПФ, учитывающей помимо  $K$  и  $L$  еще какие-либо факторы, приводящие к опережающему росту выпуска по сравнению с ростом факторов  $K$  и  $L$ . Если вклад таких факторов описывать мультипликативным членом  $e^{pt}$  при линейно-однородной функции  $F(\cdot)$ , т.е. в виде

$$Y = e^{pt} F(K, L),$$

то оценка  $p$  в этом случае должна быть положительной. В этом случае можно говорить о существовании положительного «остатка» в том смысле, что факторы  $K$  и  $L$  не полностью описывают динамику выпуска  $Y$ . К этому вопросу мы вернемся ниже.

В любом случае, ситуация

$$(2.4) \quad \delta_{Y,t} > \max(\delta_{K,t}, \delta_{L,t})$$

означает, что в окрестности периода  $t$  развитие экономики происходит достаточно эффективно в смысле использования факторов производства (разумеется, если факторы выбраны рационально с содержательной точки зрения и измерены достаточно точно). Такую ситуацию часто интерпрети-

руют в терминах высокой отдачи на масштаб ( $\gamma > 1$ ) или положительного технического прогресса, мерой которого можно считать оценку  $p$ .

Напротив, ситуация

$$(2.5) \quad \delta_{Y,t} < \min(\delta_{K,t}, \delta_{L,t})$$

означает, что в окрестности периода  $t$  факторы используются неэффективно. В этом случае ситуацию часто объясняют в терминах низкой отдачи на масштаб ( $\gamma < 1$ ), либо отрицательного технического прогресса ( $p < 0$ ). Обе ситуации (2.4) и (2.5) означают, что в окрестности периода  $t$  линейно-однородная ПФ неприменима.

Ситуация

$$(2.6) \quad \delta_{Y,t} \in [\min(\delta_{K,t}, \delta_{L,t}), \max(\delta_{K,t}, \delta_{L,t})]$$

не противоречит гипотезе замещения и означает, что в окрестности периода  $t$  не исключена возможность описания совместной динамики временных рядов  $Y$ ,  $K$  и  $L$  линейно-однородной производственной функцией. Именно эта ситуация и наблюдается в рассматриваемом примере с 1955 г. (рис. 2.2).

Таким образом, анализ графиков базисных индексов  $Y$ ,  $K$  и  $L$  и темпов  $\delta_Y$ ,  $\delta_K$  и  $\delta_L$ , типа приведенных на рис. 2.1, 2.2, позволяет уже на этапе предварительного анализа данных ответить на вопрос о применимости линейно-однородной производственной функции на всем анализируемом интервале времени и на отдельных его подпериодах, а также получить некоторую информацию об уровне и динамике эффективности производства в терминах наличия необъясняемого остатка и его знака.

## 2.4. Анализ простейших зависимостей

Как отмечено в 1.2, если ПФ  $Y = F(K, L)$  – линейно-однородна, то ее можно представить как в виде функции  $y = f(k)$  средней производительности труда  $y = Y/L$  от средней фондовооруженности  $k = K/L$ , так и в виде функции  $g = q(l)$  средней фондоотдачи  $g = Y/K$  от средней трудооруженности фондов  $l = L/K = 1/k$ . Если же такая ПФ удовлетворяет еще и стандартным требованиям  $\partial F/\partial K > 0$ ,  $\partial F/\partial L > 0$ ,  $\partial^2 F/\partial K^2 \leq 0$ ,  $\partial^2 F/\partial L^2 \leq 0$ , то  $f' > 0$ ,  $q' > 0$  и  $f'' \leq 0$ ,  $q'' \leq 0$ . Для проверки по исходным данным выполнения предположения о положительности первых и неположительности вторых производных функций  $f(k)$  и  $q(l)$  достаточно лишь предположения о линейной однородности ПФ: в случае, если зависимости  $(y, k)$  и  $(g, l)$  будут возрастающими и нестрого вогнутыми, то эти предположения выполняются. Здесь и ниже зависимость будем считать выпуклой, если множество, огра-

ниченное снизу графиком этой зависимости, является выпуклым. Соответственно, вогнутой будем считать зависимость, если выпуклым является множество, ограниченное этой зависимостью сверху.

Заметим, что поскольку исходные данные соответствуют дискретным периодам времени, то на практике без ограничения общности можно считать производственную функцию дифференцируемой необходимое количество раз. Действительно, данные в непрерывном времени могут быть получены из исходных данных в дискретном времени лишь с использованием методов интерполяции или аппроксимации, причем многими способами, среди которых всегда можно подобрать обладающие необходимыми свойствами (скажем, для этого можно использовать аппарат сплайн-функций).

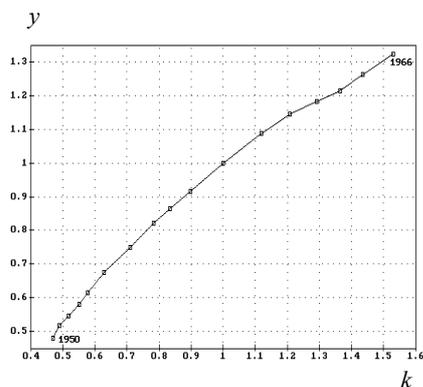


Рис. 2.3. Пример зависимости  $(y,k)$

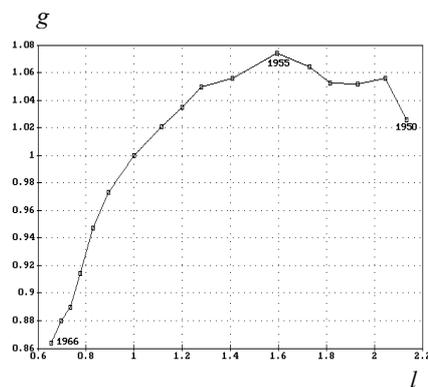


Рис. 2.4. Пример зависимости  $(g,l)$

Рис. 2.3, 2.4 иллюстрируют эти зависимости для рассматриваемого примера. Зависимость  $(y,k)$  демонстрирует рост  $y$  с ростом  $k$  для всего анализируемого интервала времени. Зависимость  $(g,l)$ , напротив, демонстрирует рост  $g$  с ростом  $l$  лишь на интервале 1955–1966 гг. (реально имело место падение  $g$  с падением  $l$ ). На интервале же 1950–1955 гг. наблюдалось падение  $g$  с ростом  $l$  (реально – рост  $g$  с падением  $l$ ), что не соответствует свойствам линейно-однородной ПФ с положительными первыми производными.

Зависимости  $(y,k)$  и  $(g,l)$ , графики которых приведены на рис. 2.3, 2.4, являются, в целом, вогнутыми, что соответствует свойствам ПФ. Однако в 1951–1955 гг. и в 1962–1965 гг. эти зависимости – выпуклые

(это особенно отчетливо заметно на графике  $(g,l)$ , рис. 2.4), что не согласуется с предположением об убывающей отдаче.

Таким образом, анализ зависимостей  $(y,k)$  и  $(g,l)$  позволяет констатировать, что в рассматриваемом случае линейно-однородная ПФ с положительными первыми производными может быть построена на интервале 1955–1966 гг. и не может быть построена на интервале 1950–1955 гг. При этом на интервале 1962–1965 гг. следует ожидать нарушения свойства неположительности ее вторых производных, которое связывают с законом убывающей отдачи. Попытка же построения линейно-однородной ПФ на всем интервале заведомо приведет к невысокому качеству аппроксимации и положительной автокорреляции остатков.

## 2.5. Анализ изоквант

Если ПФ  $Y = F(K, L)$  – линейно-однородна, то для произвольного  $c > 0$   $F\left(c \frac{K}{Y}, c \frac{L}{Y}\right) = c = \text{const}$ . Следовательно, зависимости  $\left(c \frac{L}{Y}, c \frac{K}{Y}\right)$  для такой производственной функции будут изоквантами (линиями равного выпуска). Поскольку изокванты однородной ПФ гомотетичны, то достаточно рассматривать лишь одну (любую) из них, например кривую  $(L/Y, K/Y)$ .

Таким образом, для построения изокванты по реальным данным достаточно только той информации о производственной функции, что она линейно-однородна. Поэтому зависимость средней трудоемкости выпуска  $L/Y$  от его средней капиталоемкости  $K/Y$  можно использовать на этапе предварительного анализа данных для получения информации о возможном виде функции  $F(K, L)$ . Так, близость изокванты, построенной по реальным данным, к прямой линии свидетельствует о высоком значении эластичности замещения  $\sigma$ . Напротив, если такая изокванта имеет крутой сопрягающий участок, то можно говорить о низком уровне замещаемости, т.е.  $\sigma$  близка к нулю. Если кривая  $(L/Y, K/Y)$  выпукла, то  $\sigma > 0$ . Если же эта кривая вогнута, то  $\sigma < 0$ , и, следовательно, ПФ с неположительными вторыми частными производными в данном случае неприменима. Таким образом, анализируя график зависимости  $(L/Y, K/Y)$ , построенный по реальным данным, можно в рамках предположения о линейной однородности ПФ по направлению выпуклости определять участки с  $\sigma > 0$ ,  $\sigma = \pm\infty$ ,  $\sigma < 0$ .

График этой зависимости для рассматриваемого примера приведен на рис. 2.5. Для того, чтобы реальную траекторию  $\{Y, K, L\}_t$  можно было описать линейно-однородной производственной функцией, необходимо,

чтобы зависимость  $(L/Y, K/Y)$  удовлетворяла свойствам изоквант такой ПФ. На рис. 2.5 видно, что кривая  $(L/Y, K/Y)$  является монотонно убывающей лишь на интервале 1955–1966 гг., причем в середине 1960-х гг. кривая вогнута, что соответствует отрицательной эластичности замещения.

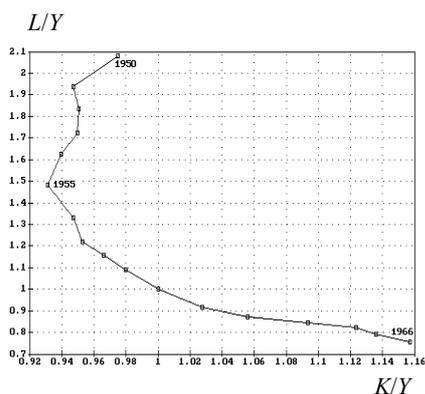


Рис. 2.5. Пример зависимости  $(L/Y, K/Y)$

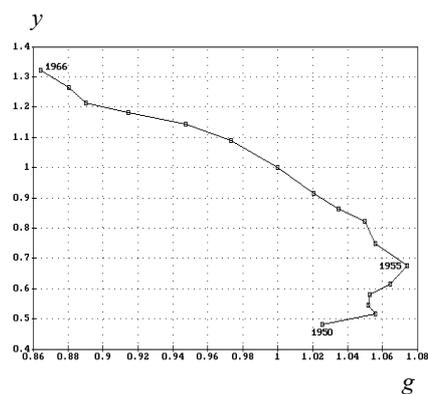


Рис. 2.6. Пример зависимости  $(y, g)$

Наклон кривой на участке 1950–1955 гг. соответствует случаю, когда выпуск сохраняется неизменным при уменьшающихся затратах факторов, что не соответствует свойствам линейно-однородной ПФ. Тот факт, что к 1960-м гг. участок изокванты, построенной в предположении линейной однородности ПФ, становится почти горизонтальным, свидетельствует о том, что в эти годы труд становится лимитирующим фактором производства, тогда как в 1950-е гг. лимитирующим фактором был капитал.

Поскольку зависимости  $(L/Y, K/Y)$  являются изоквантами линейно-однородной ПФ в координатах  $(L, K)$ , то зависимости  $(y, g)$  будут изоквантами в координатах  $(L^{-1}, K^{-1})$ .

Если в выражении CES-функции (1.3) положить  $\gamma = 1$ , т.е. если она линейно-однородна, то

$$bg^\rho + (1-b)y^\rho = A^\rho .$$

Если, кроме того,  $\rho = 1$  (т.е.  $\sigma = 1/2$ ), то

$$bg + (1-b)y = A ,$$

т.е. средняя производительность труда  $y$  и средняя фондоотдача  $g$  связаны в этом случае линейной зависимостью. Таким образом, анализируя график зависимости  $(y,g)$ , построенной по реальным данным, можно в рамках предположения о линейной однородности ПФ по направлению выпуклости определять участки с  $\sigma > 1/2$ ,  $\sigma = 1/2$  и  $\sigma < 1/2$ . Следовательно, построение зависимости  $(y,g)$  представляет интерес для предварительного анализа данных. Семейство кривых  $(y,g)$  для разных значений эластичности замещения  $\sigma$  представлено на рис. 1.4.

График  $(y,g)$ , построенный по данным рассматриваемого примера, приведен на рис. 2.6. Судя по направлению выпуклости, участок 1955–1966 гг. в целом может быть описан линейно-однородной ПФ с  $\sigma < 1/2$ . Участок 1950–1955 гг. характеризуется одновременным ростом средней производительности труда и средней фондоотдачи, что не соответствует свойствам линейно-однородной ПФ.

Таким образом, анализ зависимости  $(y,g)$  позволяет заключить, что если выбирать ПФ из класса CES, то эластичность замещения такой функции должна быть несколько меньше  $1/2$ . Это означает, в частности, что функция Кобба-Дугласа (у которой эластичность замещения равна 1) не подходит для описания траектории  $\{Y,K,L\}_t$  на рассматриваемом периоде.

## 2.6. Анализ факторных эластичностей

Если ПФ  $Y = F(K,L)$  дифференцируема и линейно-однородна, то справедливы следующие два равенства

$$(2.7) \quad \begin{cases} \delta_{K,t} E_{K,t} + \delta_{L,t} E_{L,t} = \delta_{Y,t} , \\ E_{K,t} + E_{L,t} = 1 , \end{cases}$$

которые для каждого момента  $t$  образуют систему из двух линейных уравнений относительно  $E_{K,t}$  и  $E_{L,t}$ . Эта система при  $\delta_{K,t} \neq \delta_{L,t}$  имеет решение

$$(2.8) \quad \begin{cases} E_{K,t} = \frac{\delta_{Y,t} - \delta_{L,t}}{\delta_{K,t} - \delta_{L,t}} , \\ E_{L,t} = \frac{\delta_{K,t} - \delta_{Y,t}}{\delta_{K,t} - \delta_{L,t}} = 1 - E_{K,t} . \end{cases}$$

Если в (2.8) подставить аппроксимации логарифмических производных  $\delta_{Y,t}$ ,  $\delta_{K,t}$  и  $\delta_{L,t}$ , полученные по формулам (2.2)–(2.3), получим показатели  $\varepsilon_{K,t}$  и  $\varepsilon_{L,t}$ , которые являются оценками факторных эластичностей  $E_{K,t}$  и  $E_{L,t}$  в предположении линейной однородности производственной функции. По-

этому, если зависимость  $(\varepsilon_K, k)$  соответствует одной из изображенных на рис. 1.5, то это свидетельствует о применимости производственной функции типа CES; в противном случае CES-функция неприменима. Если  $\varepsilon_K \approx \text{const}$ , то можно использовать функцию Кобба-Дугласа, а если  $\varepsilon_K$  монотонно убывает с ростом  $k$ , то в этом случае траектория  $\{Y, K, L\}_t$  на соответствующем интервале должна хорошо описываться функцией CES с эластичностью замещения  $\sigma < 1$ . Таким образом, анализируя график зависимости  $(\varepsilon_K, k)$ , построенной по реальным данным, можно в рамках предположений о дифференцируемости и линейной однородности ПФ определять участки с  $\sigma > 1$ ,  $\sigma = 1$  и  $\sigma < 1$ .

График  $(\varepsilon_K, k)$  для рассматриваемого примера приведен на рис. 2.7. Видно, что до 1963 г. наблюдается резкое падение  $\varepsilon_K$  с ростом  $k$ . Это свидетельствует о том, что эластичность замещения  $\sigma$  заметно меньше 1 и, следовательно, ПФ Кобба-Дугласа не подходит для описания траектории  $\{Y, K, L\}_t$  на данном интервале времени. При этом до 1954 г.  $\varepsilon_K$  превышало 1, что не соответствует свойствам линейно-однородной ПФ и может быть проинтерпретировано в терминах технического прогресса. На периоде 1963–1966 гг. наблюдается возрастание  $\varepsilon_K$  с ростом  $k$ , что может быть описано CES-функцией, у которой эластичность замещения превышает 1, либо отрицательна.

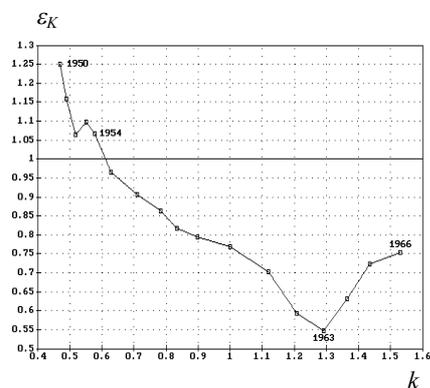


Рис. 2.7. Пример зависимости  $(\varepsilon_K, k)$

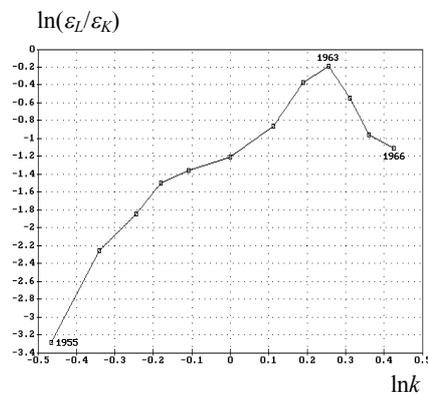


Рис. 2.8. Пример зависимости  $(\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K), \ln k)$

Таким образом, анализ зависимости  $(\varepsilon_K, k)$  позволяет заключить, что линейно-однородная ПФ может быть построена на интервале

1955–1963 гг., причем ее эластичность замещения меньше 1. Если включить в спецификацию ПФ член  $e^{pt}$ , то линейно-однородная ПФ с  $0 < \sigma < 1$  может быть построена на интервале 1950–1963 гг., причем оценка параметра  $p$  будет положительна. Если же вместо этого включить степень однородности  $\gamma$  в число оцениваемых параметров, то оценка  $\gamma$  будет больше 1. Период 1963–1966 гг. демонстрирует динамику, характерную для ПФ с  $\sigma > 1$  или  $\sigma < 0$ . Попытка построения CES-функции на всем рассматриваемом интервале 1950–1966 гг. заведомо приведет к невысокому качеству аппроксимации и к положительной автокорреляции остатков, поскольку CES-функция описывает лишь случай монотонной зависимости  $(\varepsilon_K, k)$ .

## 2.7. Анализ относительной капиталоемкости

Если ПФ  $Y = F(K, L)$  дифференцируема и линейно-однородна, то  $\frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln k} = \rho = \text{const}$ , где  $\kappa = E_L/E_K$  – относительная капиталоемкость (см. 1.2), и график зависимости  $(\ln \kappa, \ln k)$  представляет собой прямую линию с угловым коэффициентом  $\rho$  (рис. 1.6). Но если ПФ дифференцируема и линейно-однородна, то, согласно (2.8),

$$(2.9) \quad \kappa_t = \frac{\delta_{K,t} - \delta_{Y,t}}{\delta_{Y,t} - \delta_{L,t}}.$$

Если в (2.9) подставить аппроксимации  $\delta_{Y,t}$ ,  $\delta_{K,t}$  и  $\delta_{L,t}$  по формулам (2.2)–(2.3), получим, что  $\varepsilon_L/\varepsilon_K$  есть оценка  $\kappa$  в предположении линейной однородности ПФ. Поэтому, если зависимость  $(\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K), \ln k)$  близка к линейной, то это свидетельствует о том, что эластичность замещения близка к константе, т.е. может быть использована CES-функция. По углу наклона зависимости  $(\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K), \ln k)$  можно оценить значение эластичности замещения  $\sigma$ . Таким образом, анализируя график зависимости  $(\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K), \ln k)$ , построенной по реальным данным, можно в рамках предположений о дифференцируемости и линейной однородности ПФ определять участки с постоянной эластичностью замещения.

График  $(\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K), \ln k)$  для рассматриваемого примера приведен на рис. 2.8. На интервале 1950–1954 гг.  $\varepsilon_L/\varepsilon_K < 0$ , поэтому  $\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K)$  не определен. Участки 1955–1963 гг. и 1963–1966 гг. могут быть аппроксимированы линейными зависимостями вида

$$(2.10) \quad \ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K) = \ln \frac{1-b}{b} + \rho \ln k ,$$

где свободный член взят в виде, удобном для сравнения с параметром  $b$  CES-функции. Значения параметров  $\rho$  и  $b$  в уравнении (2.10) легко оценить методом линейной регрессии.

Таким образом, анализ зависимости  $(\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K), \ln k)$  позволяет заключить, что линейно-однородная CES-функция может быть построена на интервале 1955–1963 гг., причем на этом интервале  $\rho > 0$  (т.е.  $\sigma = 1/(1+\rho) < 1$ ). Также линейно-однородная CES-функция может быть построена для 1963–1966 гг., причем на этом интервале  $\rho < 0$ , хотя, очевидно, для идентификации ее параметров этот интервал времени – слишком короткий.

Заметим, что последние два вида предварительного анализа данных (анализ факторных эластичностей и относительной капиталоемкости) предъявляют более высокие требования к качеству исходных данных, поскольку требуют дифференцирования временных рядов исходных данных. Их можно назвать методами первого порядка, по числу необходимых операций дифференцирования, тогда как все прочие рассмотренные методы можно считать методами нулевого порядка. Если качество данных невысоко (что особенно характерно для российского переходного периода), то методы первого порядка могут ничего не дать для предварительного анализа данных. По этой же причине не будем рассматривать и методы порядка выше первого. Вообще, использование темповых зависимостей предъявляет более высокие требования к качеству исходных данных.

## 2.8. Оценивание параметров производственной функции

Проведение предварительного анализа данных позволяет перейти к оцениванию параметров CES-функции. Поскольку исходные данные представлены короткими временными рядами, то результаты оценивания требуют очень осторожной интерпретации. Они суммированы в табл. П2.1–П2.3 Приложения 2.

Выше было показано, что траектория  $\{Y, K, L\}_t$  на интервале 1950–1963 гг. может быть описана линейно-однородной ПФ, включающей член  $e^{pt}$ , причем в этом случае оценка параметра  $p$  должна быть положительной. Результаты оценивания, приведенные в строках 1 табл. П2.1–П2.3, согласуются с этим выводом. В строках 2 приведены результаты для интервала 1950–1966 гг. с учетом зависимости ПФ от времени, описываемой

членом  $e^{pt}$ . Эти оценки несколько хуже предыдущих, как и было выяснено на этапе предварительного анализа данных. Во всех случаях оценка эластичности замещения  $\sigma$  лежит в интервале от 0.22 до 0.28, т.е.  $\sigma$  существенно меньше 1.

Еще раз подчеркнем, что полученные оценки параметров регрессионных зависимостей нельзя считать удовлетворительными в силу малой длины временных рядов. Именно поэтому основное внимание ниже будет уделяться предварительному анализу данных, оценки же параметров, даже там, где их можно считать удовлетворительными, носят вспомогательный характер. Подчеркнем, что выводы, существенные для содержательного анализа экономической динамики, могут быть получены еще на этапе предварительного анализа данных.

Таким образом, описываемая техника анализа включает проведение предварительного анализа данных, предшествующего этапу оценивания параметров специфицированной зависимости. Фактически речь идет не просто о построении ПФ, а о проведении анализа макроэкономической динамики с привлечением понятий и концепций, разработанных в теории производственных функций.

В данном случае уже предварительный анализ данных позволяет получить основные содержательные выводы, минуя этап идентификации параметров производственной функции. Но важность проведения предварительного анализа данных определяется не только этим. Предварительный анализ данных позволяет выделить *периоды*, характеризующиеся различным поведением исходных данных, идентифицировать *поворотные точки* (границы периодов), т.е. выявить *хронологию* процесса. Именно такого рода анализ затруднительно проводить на этапе идентификации параметров.

Смысл предварительного анализа данных состоит, во-первых, в проведении периодизации (выявлении хронологии), причем это – главное, и, во-вторых, в получении информации о применимости конкретных спецификаций производственных функций на основе лишь самых общих допущений о свойствах ПФ (типа предположения о линейной однородности ПФ).

Приведенная система индикаторов соответствует случаю линейно-однородной ПФ, не зависящей явно от времени. Она легко может быть модифицирована на случай ПФ с другими свойствами, например, обобщена для ПФ с произвольным заданным значением степени однородности и/или для ПФ с автономным прогрессом, заданным определенным значением соответствующего параметра.

Анализ индикаторов такой системы является не только вспомогательным средством для построения ПФ, но может иметь и самостоятель-

ную ценность, поскольку для ответа на многие вопросы его вполне достаточно. Такая техника анализа данных родственна разведочному анализу данных, которому посвящена известная работа Дж.Тьюки [44].

### 3. Построение производственных функций для российской переходной экономики

#### 3.1. Анализ периода, предшествующего переходному

При исследовании переходной экономики, как и всякого другого переходного процесса, едва ли можно анализировать лишь сам переход, не уделив внимания описанию того состояния, из которого он начался. Российская переходная экономика наследует плановой экономике Советского Союза, поэтому начать анализ проблем построения производственных функций для российской переходной экономики с краткого анализа аналогичных проблем для предшествовавшего периода сравнительно стабильного развития представляется не только естественным, но и необходимым. Для этого будем использовать временные ряды произведенного национального дохода в сопоставимых ценах, всех основных фондов в сопоставимых ценах и численности рабочих и служащих. Данные представлены годовыми значениями с 1958 г. по 1990 г. в процентах к их значению в 1970 г. Данные получены на основе [45] и приведены в Приложении 1 (табл. П1.2).

На рис. 3.1–3.8 приведены графики для этих данных, аналогичные приведенным выше рис. 2.1–2.8. Видим (рис. 3.1), что график базисного индекса  $Y$  расположен между графиками индексов  $K$  и  $L$ . Это же наблюдается и для темпов на графике динамики  $\delta_Y$ ,  $\delta_K$  и  $\delta_L$  (рис. 3.2). Такая совместная динамика рассматриваемых временных рядов не противоречит возможности ее описания линейно-однородной производственной функцией.

Вместе с тем динамика  $\delta_Y$  отличается заметно большей подвижностью, чем динамика  $\delta_K$  и  $\delta_L$  (рис. 3.2). Это означает, что динамика  $\delta_Y$  не может быть в точности (без значительного остатка) описана функцией осреднения  $\delta_K$  и  $\delta_L$ , поскольку временной ряд  $\delta_Y$  содержит высокочастотные составляющие динамики, тогда как ряды  $\delta_K$  и  $\delta_L$  таких составляющих не содержат. Это означает, что попытка построения производственной функции с неизменными параметрами для всего рассматриваемого интервала времени неизбежно приведет к высокой автокорреляции остатков.

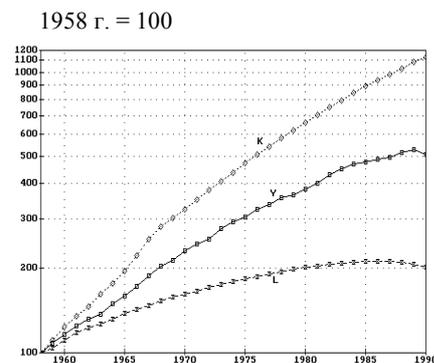


Рис. 3.1. Динамика индексов  $Y$ ,  $K$  и  $L$  для СССР

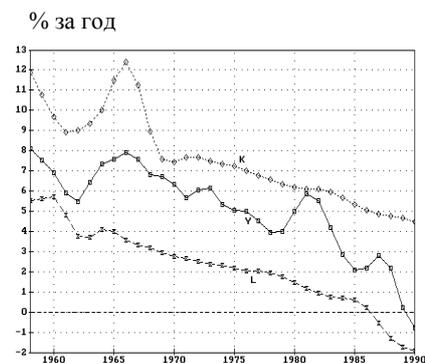


Рис. 3.2. Динамика  $\delta_Y$ ,  $\delta_K$  и  $\delta_L$  для СССР

Можно использовать, по крайней мере, два подхода к решению этой проблемы. В соответствии с первым из них более высокая подвижность темпа выпуска может быть объяснена изменениями параметров производственной функции с течением времени. Этот подход состоит в построении и анализе *краткосрочной* производственной функции. Второй подход предполагает отказ от попыток объяснить более высокую подвижность темпа выпуска эволюцией параметров ПФ, в соответствии с ним строится *долгосрочная* производственная функция, параметры которой неизменны на протяжении достаточно длительного периода времени. Высоочастотные составляющие темпа выпуска остаются в этом случае в составе остатка, не объясняемого динамикой факторов производства. Динамика этого остатка затем интерпретируется содержательно, при этом изменения объясняются причинами, не связанными с динамикой факторов производства.

Заметим, что эти два подхода не противоречат друг другу, несмотря на то, что в соответствии с ними получаются разные производственные функции, поскольку краткосрочная и долгосрочная производственные функции, вообще говоря, и не должны совпадать.

Возможны и другие подходы. Так, можно идти по пути усложнения спецификации ПФ в надежде описать ею динамику выпуска. Этот подход, в сущности, эквивалентен первому из рассмотренных выше. Можно попытаться ввести в производственную функцию дополнительные факторы с тем, чтобы устранить необъяснимый остаток. Такой подход близок ко второму из рассмотренных выше.

В данном разделе будем проводить анализ в соответствии с первым подходом. Вторым будет использован ниже в разделе 4, посвященном анализу совокупной факторной производительности.

Перейдем к проведению предварительного анализа данных. Зависимость  $(y,k)$  демонстрирует в целом рост  $y$  с ростом  $k$  (рис. 3.3), а зависимость  $(g,l)$  – рост  $g$  с ростом  $l$  (рис. 3.4), что также соответствует свойствам линейно-однородной ПФ. Вместе с тем, эти зависимости имеют участки, где графики – выпуклые, что не соответствует свойствам линейно-однородной ПФ, поскольку означает нарушение предположения об убывающей отдаче.

Зависимость  $(L/Y, K/Y)$  является в целом убывающей (рис. 3.5), что соответствует свойствам изокванты линейно-однородной ПФ, однако на графике наблюдаются участки, где кривая вогнута, что противоречит свойствам такой ПФ и означает, что на этих участках эластичность замещения  $\sigma < 0$ .

Зависимость  $(y,g)$  является в целом убывающей и выпуклой (рис. 3.6), откуда следует, что на всем рассматриваемом интервале эластичность замещения  $\sigma > 1/2$ , т.е. достаточно высока, учитывая результаты [1] и приведенные выше наши оценки, полученные по тем же данным. Вместе с тем, на графике  $(y,g)$  четко просматриваются участки, на которых кривая вогнута, что соответствует значениям эластичности замещения  $\sigma < 1/2$  на этих участках.

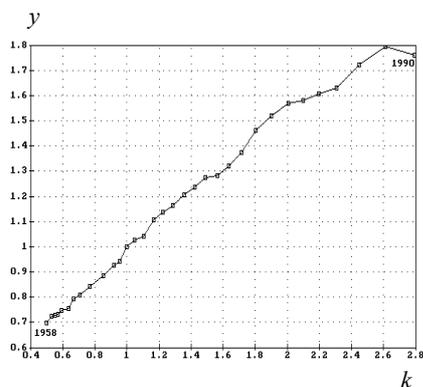


Рис. 3.3. Зависимость  $(y,k)$  для СССР

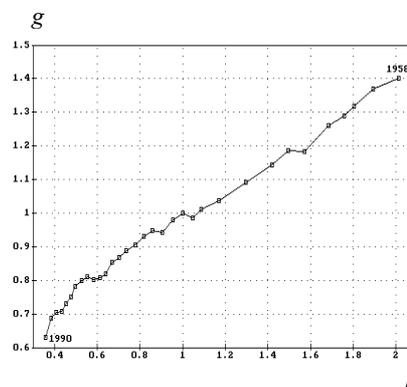


Рис. 3.4. Зависимость  $(g,l)$  для СССР

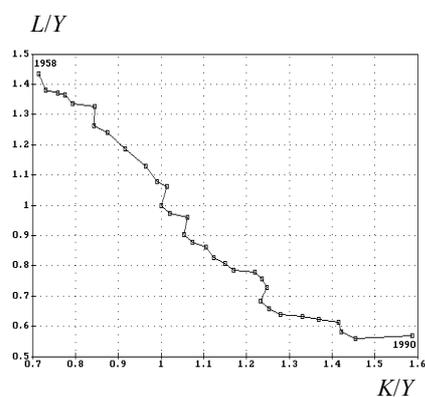


Рис. 3.5. Зависимость  $(L/Y, K/Y)$  для СССР

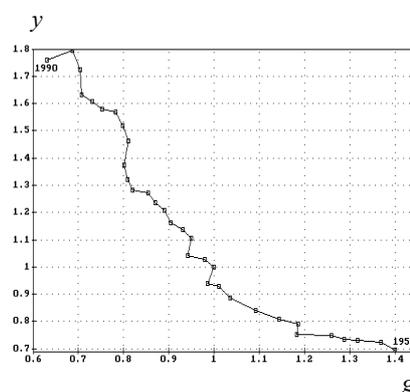


Рис. 3.6. Зависимость  $(y, g)$  для СССР

Наиболее информативными представляются графики, приведенные на рис. 3.7, 3.8. На обоих этих графиках выделяются периоды, описываемые производственными функциями с существенно разными параметрами. Так, до 1961 г. наблюдалось падение  $\varepsilon_K$  с ростом  $k$  (рис. 3.7) и, соответственно, рост  $\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K)$  с ростом  $\ln k$  (рис. 3.8), что соответствует случаю линейно-однородной ПФ с параметром  $\rho > 0$  (т.е.  $0 < \sigma < 1$ ). Затем с 1961 г. по 1969 г. наблюдается период роста  $\varepsilon_K$  с ростом  $k$  и падения  $\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K)$  с ростом  $\ln k$ , что может быть описано линейно-однородной ПФ с параметром  $\rho < 0$  (т.е. с  $\sigma > 1$  или  $\sigma < 0$ ). Экономическая динамика на этих двух периодах вполне согласуется с рассмотренным выше примером анализа исходных данных из работы М.Вейцмана [1]. Единственное отличие состоит в идентификации момента смены тенденции: выше (рис. 2.7, 2.8) поворотная точка соответствует 1963 г., здесь же (рис. 3.7, 3.8) она соответствует 1961 г. В этом расхождении нет ничего удивительного, поскольку, во-первых, использованы разные исходные данные, а, во-вторых, всякая оценка, в том числе и оценка момента смены тенденции, имеет некоторую погрешность. Расхождение между разными оценками может дать некоторое представление об их точности. Оба массива данных позволяют заключить, что в окрестности 1962 г. произошла смена тенденции.

Следующая смена тенденции произошла в окрестности 1969 г. (рис. 3.7, 3.8), после чего до 1978–1979 гг. траектория  $\{Y, K, L\}_t$  может быть описана линейно-однородной ПФ с эластичностью замещения  $0 < \sigma < 1$ . С конца 1970-х гг. макроэкономическая динамика характеризуется флуктуациями значительно большего масштаба, чем прежде (рис. 3.7, 3.8). Можно

по-разному выделять периоды для идентификации на них параметров производственной функции. Так, период с 1980 г. до 1990 г. может быть описан линейно-однородной ПФ с  $0 < \sigma < 1$ , причем оценка эластичности замещения на этом периоде будет ниже, чем на интервале 1969–1979 гг. и качество ее оценки будет хуже в силу гораздо большего масштаба флуктуаций. Можно оценивать параметры линейно-однородной ПФ и на интервале 1969–1990 гг., причем и в этом случае следует ожидать, что  $0 < \sigma < 1$ , а качество оценки будет невысоким. Кроме того, поскольку оценка параметра  $\rho$  определяется угловым коэффициентом регрессионной прямой на графике  $(\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K), \ln k)$ , то на интервале 1969–1990 гг. оценка  $\rho$  будет ниже (т.е. оценка  $\sigma$  – выше), чем на интервале 1980–1990 гг. (рис. 3.8).

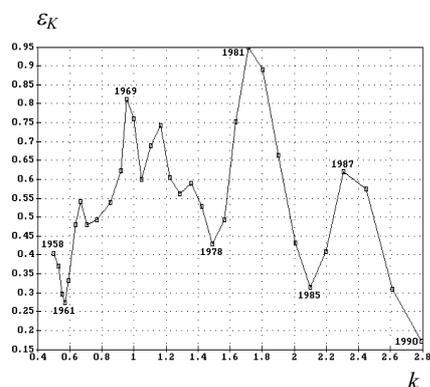


Рис. 3.7. Зависимость  $(\varepsilon_K, k)$  для СССР

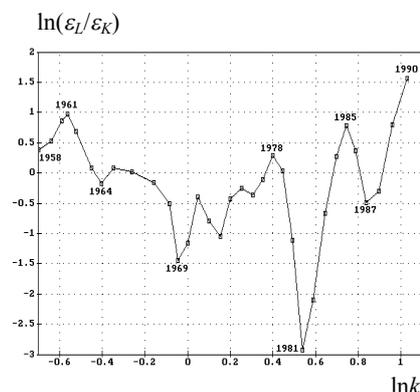


Рис. 3.8. Зависимость  $(\ln(\varepsilon_L/\varepsilon_K), \ln k)$  для СССР

Наконец, можно сделать попытку идентификации параметров линейно-однородной ПФ и на всем анализируемом интервале с 1958 г. по 1990 г., но, очевидно, оценка эластичности замещения здесь будет хотя и достаточно высокой (нельзя исключать возможности использования даже и ПФ Кобба-Дугласа), но ненадежной, поскольку производственные функции с постоянной эластичностью замещения описывают лишь случай монотонной зависимости  $\varepsilon_K$  от  $k$ .

Выделенные периоды содержат слишком малое число наблюдений, поэтому соответствующие оценки параметров CES-функции здесь не приводятся. Для всего анализируемого интервала наблюдается положительная автокорреляция остатков, что находится в полном согласии с выводами, полученными на этапе предварительного анализа данных. Оценки парамет-

ров ПФ Кобба-Дугласа для всего анализируемого интервала времени приведены в табл. П2.4. Статистика Дарбина-Уотсона указывает на наличие положительной автокорреляции остатков и, следовательно, на смещенность оценок (строка 1). Использование процедуры Кохрейна-Оркутта позволило устранить автокорреляцию остатков (строка 2). Соответствующие оценки по временным рядам темпов приведены в строке 1 табл. П2.5.

Здесь необходимо отметить, что для разных задач целесообразно использовать различные формулы, аппроксимирующие логарифмические производные. Для предварительного анализа данных имеет смысл использовать формулу центральных разностей (2.2), дающую более точную аппроксимацию логарифмической производной, чем обычная формула темпов прироста, после незначительного сглаживания (2.3), позволяющего уменьшить влияние нерегулярной составляющей динамики на оценку темпа. Но для использования временных рядов темпов в регрессионных зависимостях такое дифференцирование подходит плохо, поскольку оно искусственно привносит автокорреляцию между соседними членами временного ряда, что соответствующим образом ухудшает качество эконометрических оценок и, в частности, снижает значение критерия Дарбина-Уотсона. Поэтому для проведения регрессионного анализа темпы будем аппроксимировать по обычной формуле темпов прироста. Табл. П2.5 демонстрирует влияние разных формул дифференцирования на результаты оценивания. Сравнение строк 1 и 2 этой таблицы показывает, что использование центральных разностей резко снижает значение критерия Дарбина-Уотсона, хотя и увеличивает оценку  $R^2$ .

Обсудим полученные результаты. Бросающейся в глаза особенностью советской макроэкономической динамики является наличие периодов, которые описываются производственными функциями с существенно разными наборами параметров. Достаточно длительные периоды с весьма низкой эластичностью замещения чередуются с периодами, когда наблюдается динамика, аномальная с точки зрения свойств производственных функций. Так, до начала 1960-х гг. (см. также 2.8) наблюдалось низкое значение эластичности замещения, затем на интервале 1960–1970 гг. оценка параметра  $\sigma$  – отрицательна, что является нарушением свойства убывающей отдачи, затем на протяжении 1970-х гг. вновь наблюдалось низкое значение  $\sigma$ , после чего на рубеже 1970-х – 1980-х гг. произошел резкий рост эластичности выпуска по фондам, аномальный с точки зрения свойств ПФ, который снова сменился длительным периодом, в целом характеризующимся слабыми возможностями замещения труда фондами. Хорошо просматривается влияние проводимой экономической политики на макро-

экономическую динамику (что не удивительно, учитывая плановый характер советской экономики).

Заметим, что такая неоднородность протекания макроэкономических процессов влияет на технику анализа экономической динамики, особенно в краткосрочном плане.

Следствием наличия таких периодов является существенная зависимость получаемых оценок параметров ПФ от выбора интервала оценивания и от заданного масштаба времени, на котором проводится ретроспективный анализ. Существенная зависимость оценок параметров ПФ от интервала оценивания делает предварительный анализ данных не просто полезным, но и совершенно необходимым этапом построения ПФ, в противном случае можно получить практически произвольные оценки параметров из достаточно широкого диапазона.

Именно наличие таких периодов, по нашему мнению, объясняет кажущийся парадокс кардинального отличия оценки эластичности замещения, значительно меньшей единицы, полученной в пионерской работе М.Вейцмана [1] и подтвержденной рядом других авторов, от нашей близкой к единице оценки  $\sigma$  (о чем свидетельствует приемлемое качество оценок параметров ПФ Кобба-Дугласа). Эти различия влияют на содержательные выводы даже на качественном уровне, поскольку если оценка  $\sigma$  существенно меньше единицы, то политика форсированного наращивания основных фондов является тупиковой, а если  $\sigma$  достаточно близко к единице, то такая политика тупиковой не является. Просто оценки М.Вейцмана соответствуют вполне определенному периоду и вполне определенному масштабу времени. Для другого периода и другого (большого) масштаба времени оценки – существенно иные. На больших интервалах времени советская экономика демонстрировала гораздо большие возможности замещения труда фондами, чем на отдельных периодах, соответствующих меньшим масштабам времени (именно один из таких периодов и попал в поле зрения автора [1]).

Заметим также, что большинство оценок эластичности замещения  $\sigma$ , полученных на основе временных рядов, меньше единицы, тогда как оценки, полученные по пространственным данным, обычно выше и близки к единице (см., например, [46]). Таким образом, полученные рядом авторов низкие оценки эластичности замещения для периода планового развития, отражают не только низкие возможности замещения труда капиталом, но и, вполне вероятно, смещения, типичные для оценок, получаемых по временным рядам.

Таким образом, на интервалах времени разного масштаба система демонстрирует различные свойства: локальная (на малых временах) неус-

тойчивость оценок параметров производственной функции сочетается с глобальной (на протяжении нескольких десятилетий) устойчивостью, когда оценки параметров изменяются в окрестности определенного значения (скажем, в окрестности оценок параметров ПФ Кобба-Дугласа), не выходя за пределы некоторой области в множестве значений параметров (хорошую иллюстрацию дают рис. 3.7, 3.8). Заметим, что такое поведение является типичным для сложных нелинейных систем, демонстрирующих хаотическую динамику (см., например, [47]).

Существенная зависимость оценок параметров ПФ от анализируемого масштаба времени должна учитываться при использовании ПФ в качестве инструмента прогнозирования. Горизонт прогноза должен быть согласован с масштабом времени, которому соответствуют используемые оценки параметров. Для краткосрочного прогнозирования может быть использована ПФ, оцененная на последнем выделенном периоде, для более долгосрочного прогнозирования следует использовать ПФ, идентифицированную на интервале большей продолжительности.

Заслуживает обсуждения вопрос о причинах возникновения таких периодов в советской экономике. Представляется, что причину этого феномена следует искать в самой природе плановой экономики, в которой на микроуровне отсутствовали эффективные механизмы обратной связи, присущие развитой рыночной экономике. В таких условиях увеличение масштаба флуктуаций в системе представляется неизбежным, поскольку обратная связь реализуется посредством регулярных корректировок экономической политики на макроуровне, т.е. на самом высоком уровне и на больших характерных временах. Производится «встряска» всей экономической системы, примерами которых столь богата российская история, что и может порождать такие периоды. Увеличение масштаба флуктуаций экономической динамики в 1980-е гг. (рис. 3.7, 3.8) также свидетельствует в пользу такой гипотезы.

### **3.2. Анализ переходного периода**

Перейдем к анализу переходного периода развития российской экономики. Начнем с анализа традиционного набора факторов, используемых для построения производственной функции. Будем использовать временные ряды годовых данных валового внутреннего продукта в сопоставимых ценах, основных фондов в сопоставимых ценах и среднегодовой численности занятых в экономике. Данные представлены базисными индексами в процентах к их значению в 1990 г. и покрывают период с 1989 г. по

2001 г. (для фондов – по 2000 г.). Они получены на основе [48] и приведены в Приложении 1 (табл. П1.3).

Как показывает динамика индексов выпуска, фондов и труда, приведенная на рис. 3.9, график базисного индекса валового внутреннего продукта (он обозначен  $Y_1$ ) расположен значительно ниже графиков индексов фондов  $K$  и численности занятых  $L$ , т.е. существенно выходит за пределы задаваемой ими «трубки». Это означает, что  $Y_1$  нельзя рассматривать как среднее  $K$  и  $L$ , поскольку результат осреднения должен находиться между осредняемыми величинами. На графике темпов (рис. 3.10) темп  $Y_1$  также расположен далеко за пределами интервала, задаваемого  $\delta_K$  и  $\delta_L$ , причем как на этапе доминирования тенденций спада, так и на этапе начавшегося роста. Такая совместная динамика рассматриваемых временных рядов *не может быть описана* линейно-однородной производственной функцией.

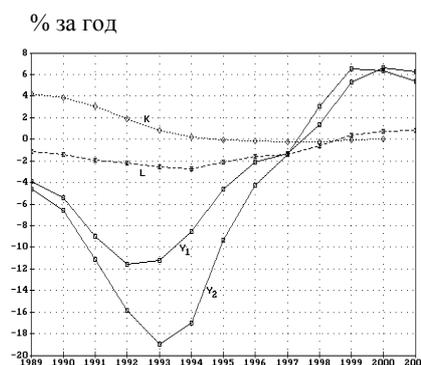
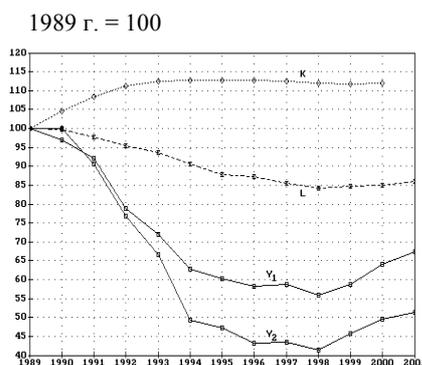


Рис. 3.9. Динамика индексов  $Y$ ,  $K$  и  $L$       Рис. 3.10. Динамика темпов  $Y$ ,  $K$  и  $L$

Использование временного ряда другого показателя объема производства не позволяет исправить ситуацию. Так на рис. 3.9, 3.10 показаны результаты и для индекса промышленного производства (он обозначен  $Y_2$ ), рассчитанного автором по данным Центра экономической конъюнктуры при Правительстве РФ (методика описана в [12], данные приведены в табл. П1.3 Приложения 1). Видим, что и в этом случае выпуск никак не может быть получен осреднением факторов.

График  $(y, k)$  также демонстрирует аномальную, с точки зрения свойств ПФ, динамику (рис. 3.11), поскольку с ростом фондовооруженности производительность труда падает. График  $(L/Y, K/Y)$  также не соответствует свойствам изокванты линейно-однородной ПФ (рис. 3.12), поскольку

ку такая зависимость означает необходимость увеличения затрат обоих факторов  $K$  и  $L$  для поддержания выпуска  $Y$  на прежнем уровне. Приведенные графики построены для использования в качестве выпуска валового внутреннего продукта. Использование в качестве выпуска индекса промышленного производства также приводит к аномальной динамике данных показателей.

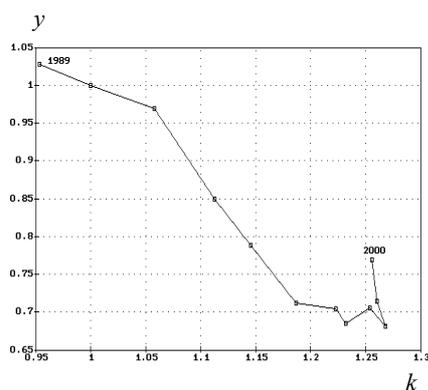


Рис. 3.11. График зависимости  $(y, k)$

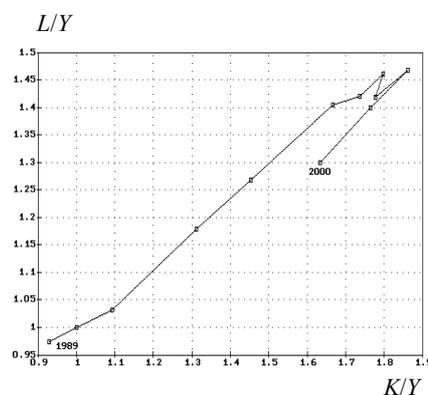


Рис. 3.12. График зависимости  $(L/Y, K/Y)$

Проведенный анализ показывает, что основные фонды и численность занятых не описывают ни трансформационного спада, ни начавшегося вслед за ним подъема. Поэтому дальнейшее исследование возможности построения краткосрочной ПФ с этим набором факторов лишено смысла.

### 3.3. Учет уровня загрузки мощностей

Почему попытка использования традиционного набора факторов, применяемых для построения агрегированной производственной функции, в случае российской переходной экономики не позволяет получить хотя бы посредственных результатов, тогда как для плановой экономики СССР результаты были вполне приемлемыми?

Чтобы ответить на этот вопрос, еще раз обратимся к рассмотренным выше данным по СССР. В советское время динамика выпуска в целом была промежуточной между динамикой фондов и труда (рис. 3.1, 3.2). Фонды были более быстро растущим фактором, тогда как динамика труда была более «консервативной», «вялой», поскольку в условиях полной занятости она определялась в основном демографическими процессами, кото-

рые по своей природе более инерционны. Динамика же фондов была в гораздо большей мере подвержена воздействию со стороны органов управления путем регулирования инвестиционной политики. Это определяло и особую важность поддержания на достаточно высоком уровне именно эластичности выпуска по фондам  $E_K$ , поскольку в противном случае (в рамках рассматриваемой упрощенной схемы) исчезала возможность воздействия на динамику выпуска.

С началом процесса экономической трансформации ситуация коренным образом изменилась. На фоне кардинальной интенсификации динамики выпуска (как на фазе спада, так и на этапе роста) и фонды, и труд демонстрируют весьма «вялую» динамику. Фонды стали использоваться далеко не в полной мере, поэтому динамика соответствующего показателя не отражает динамику их реально используемой части. Кроме того, затратная оценка фондов не вполне адекватна рыночным условиям. В ситуации, когда при переходе от ресурсных ограничений к спросовым фонды стали избыточным фактором, их значимость как фактора, способного определять динамику выпуска, резко снизилась. Возможно, здесь имеет место феномен выхода за пределы экономической области (см. 1.5).

Попытаться учесть реально используемую часть фондов можно при помощи данных об уровне загрузки мощностей, рассчитываемых Центром экономической конъюнктуры при Правительстве РФ [49]. Такие данные для экономики в целом отсутствуют, поэтому будем использовать временной ряд среднегодового уровня загрузки производственных мощностей в промышленности, полученный осреднением квартальных значений, опубликованных в [49]. Данные приведены в Приложении 1 (табл. П1.3), они покрывают период с 1993 г. по 2001 г.

Как показывает динамика ВВП  $Y_1$ , загруженных фондов  $K_u$  (полученных перемножением использованных выше основных фондов  $K$  на уровень их загрузки) и численности занятых, приведенная на рис. 3.13, график базисного индекса выпуска расположен между графиками фондов и труда. То же имеет место и для темпов, причем как на этапе спада, так и на этапе роста (рис. 3.14). В случае использования в качестве выпуска индекса промышленного производства ситуация несколько хуже – базисный индекс  $Y_2$  выходит за пределы «трубки», задаваемой индексами  $K_u$  и  $L$  (рис. 3.13), однако причиной этого является лишь кульминация темпов промышленного спада на рубеже 1993–1994 гг. Если же данные за 1993 г. не учитывать, то и этот вариант выпуска попадает в «трубку», что хорошо видно на графике темпов (рис. 3.14).

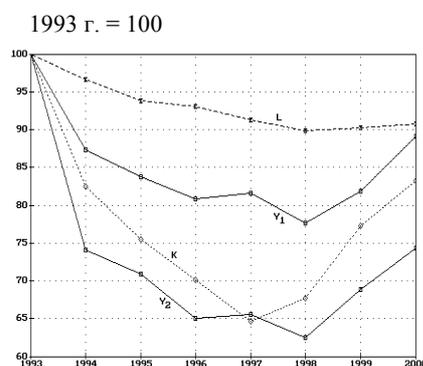


Рис. 3.13. Динамика индексов  $Y$ ,  $K_u$  и  $L$

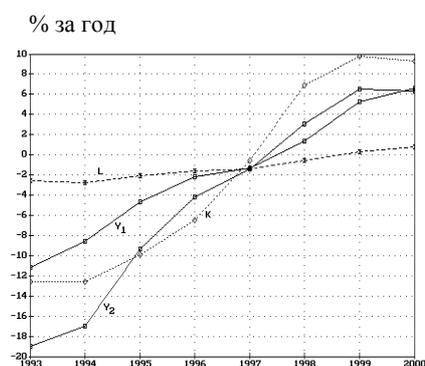


Рис. 3.14. Динамика темпов  $Y$ ,  $K_u$  и  $L$

Полный комплект графиков для проведения предварительного анализа данных здесь не приводится, отметим лишь, что эти графики в первом приближении соответствуют свойствам линейно-однородной ПФ.

Вместе с тем эти данные – достаточно грубые. Во-первых, для их получения использованы данные о загрузке производственных мощностей в промышленности, которые распространены на экономику в целом. Вполне вероятно, это дает заниженную оценку используемых фондов, поскольку трансформационный спад в промышленности был глубже, чем в экономике в целом. Если эта оценка – заниженная, то индекс выпуска может оказаться за пределами «трубки» между  $K$  и  $L$ , что повлечет получение оценок параметров ПФ, не интерпретируемых содержательно (оценка эластичности выпуска по фондам может быть больше 1, а оценка эластичности выпуска по труду – отрицательной).

Во-вторых, численность занятых, определяемая по формальному признаку, в условиях «придерживания рабочей силы» также не внушает доверия. Имело бы смысл учесть и реально используемый труд, что может существенно изменить динамику индекса  $L$ . Впрочем, это способно заметно повлиять на числовые оценки параметров, но едва ли может вывести их за пределы интерпретируемости, поскольку временной ряд численности занятых демонстрирует лишь незначительное снижение (рис. 3.13).

Наконец, оценки, полученные с применением данных о реально используемых фондах, едва ли годятся для построения инструментария прогнозирования, поскольку для этого необходимо замыкание модели. Традиционно с этой целью используют уравнение динамики фондов, учитывающее их увеличение за счет инвестиций и уменьшение за счет выбы-

тия. В данном же случае построить даже простейшую модель динамики используемых фондов затруднительно, поскольку их объем определяется далеко не только инвестициями и выбытием, но и в очень значительной мере – изменениями степени загрузки существующих фондов, как это показывают данные уровня загрузки производственных мощностей в промышленности (табл. П1.3 Приложения 1).

Результаты оценивания параметров производственных функций по этим данным приводить не будем, поскольку соответствующие временные ряды слишком коротки.

### **3.4. Учет инвестиций в качестве фактора производства**

С точки зрения проблемы построения производственной функции, среди факторов  $K$  и  $L$  в условиях российской переходной экономики явно не хватает фактора, который мог бы оказывать определяющее воздействие на динамику выпуска. С формальной точки зрения он должен быть таким, чтобы его базисный индекс снизился бы на этапе доминирования в экономике тенденций спада сильнее, чем общепринятые показатели выпуска, такие, как индекс ВВП в реальном выражении или индекс промышленного производства. На этапе же роста такой фактор, напротив, должен демонстрировать опережающий рост. Другими словами, этот фактор должен демонстрировать достаточно «контрастную» динамику. Только в этом случае динамику выпуска можно было бы рассматривать как среднее индексов факторов. С экономической точки зрения это должен быть такой фактор, который оказывал бы существенное влияние на динамику выпуска. Поскольку  $K$  и  $L$  – факторы, имеющиеся в условиях российской переходной экономики в избытке, то недостающий фактор должен соответствовать тому, чего в экономике не хватает. С экономико-статистической точки зрения это должен быть фактор, по которому имеются сопоставимые данные за достаточно длительный период времени. Наконец, такой фактор мог бы рассматриваться как управление в смысле теории управления.

Очевидным кандидатом на роль такого фактора в рассматриваемых условиях являются инвестиции. Этот фактор удовлетворяет всем перечисленным требованиям: инвестиции демонстрируют гораздо более глубокий спад, чем производство; инвестиции важны для экономического роста, и они являются дефицитным фактором в переходной экономике; имеются статистические данные, отражающие динамику инвестиций; именно инвестиции можно рассматривать как управление. Добавим, что применительно к инвестициям не существует проблемы выделения эффективно исполь-

зуемой их части, в отличие от данных по фондам и труду (во всяком случае, эта проблема применительно к данным по инвестициям не столь остра).

Проведение анализа с целью выяснения возможности построения ПФ, учитывающей в качестве фактора производства инвестиции, позволило бы, в частности, пролить свет на вопрос об остроте инвестиционного голода, поскольку весьма распространено мнение о том, что привлечение инвестиций является едва ли не важнейшим условием для вывода российской экономики из кризиса. Конкурирующей гипотезой является мнение о том, что сдерживающим фактором роста являются спросовые ограничения, тогда как при наличии спроса на какие-либо товары или услуги задача привлечения инвестиций под соответствующий проект не является сложной.

Поэтому представляет интерес попытка построения производственной функции вида  $Y = F(I, L)$ , где  $I$  – инвестиции. Идти по пути расширения набора учитываемых факторов производства, т.е. построения трехфакторной ПФ с факторами  $K$ ,  $I$  и  $L$  не представляется целесообразным по ряду причин. Во-первых, увеличение числа факторов порождает проблемы при оценивании параметров ПФ (связанные как с увеличением числа оцениваемых параметров, так и с проблемой мультиколлинеарности), в результате оценки параметров получаются менее надежными статистически и хуже интерпретируются содержательно, тогда как именно они представляют основной интерес при ретроспективном анализе. В случае российской переходной экономики это и вовсе невозможно, поскольку данных не хватает даже и для получения надежных оценок двухфакторной производственной функции. Во-вторых, это усложняет технику предварительного анализа данных (необходимо анализировать поверхности в трехмерном пространстве), который, как было показано выше, является необходимым этапом построения ПФ. Наконец, учитывать наряду с потенциально лимитирующим фактором  $I$  еще и фактор  $K$ , демонстрирующий крайне «вялую» динамику, заведомо не являющийся ограничивающим и крайне неточно измеряемый, представляется совершенно нелогичным. Заметим, что функцию вида  $Y = F(I, L)$  можно считать предельным случаем производственных функций, учитывающих возрастную структуру основных фондов (т.е. ПФ «винтедж», см. [46, 14]).

Для построения производственной функции  $Y = F(I, L)$  будем использовать те же временные ряды выпуска,  $Y_1$  – ВВП в реальном выражении,  $Y_2$  – индекс промышленного производства, и труда  $L$  – численности занятых в экономике. В качестве данных по инвестициям  $I$  будем использовать временной ряд индекса инвестиций в основной капитал в сопоста-

вимых ценах, полученный из [48] и приведенный в Приложении 1 (табл. П1.3).

В данном случае графики обоих вариантов выпуска расположены между графиками индексов  $I$  и  $L$  (рис. 3.15). Это же наблюдается и на графике темпов (рис. 3.16), причем, как на фазе спада, так и на фазе роста (небольшое рассогласование в окрестности 1998 г. едва ли заслуживает особого внимания, поскольку может быть объяснено флуктуацией исходных данных, а также снижением точности определения темпов в окрестности поворотной точки). Такая совместная динамика рассматриваемых временных рядов не противоречит возможности описания ее линейно-однородной производственной функцией.

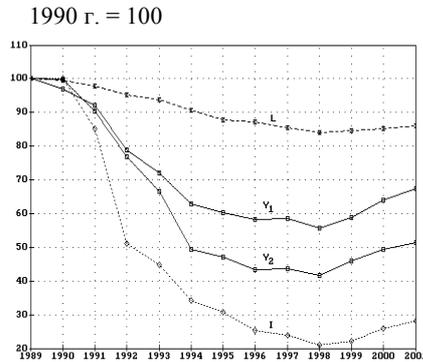


Рис. 3.15. Динамика индексов  $Y$ ,  $I$  и  $L$

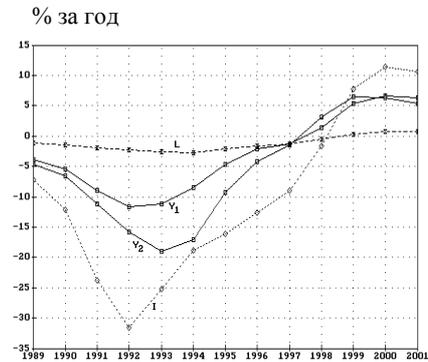


Рис. 3.16. Динамика темпов  $Y$ ,  $I$  и  $L$

Зависимость  $(y,i)$ , где  $i = I/L$ , демонстрирует в целом рост  $y$  с ростом  $i$  (рис. 3.17), а зависимость  $(Y/I, L/I)$ , аналог рассматривавшейся ранее зависимости  $(g,l)$ , — рост  $Y/I$  с ростом  $L/I$  (рис. 3.18), что также соответствует свойствам линейно-однородной ПФ. Вместе с тем эти зависимости характеризуются более значительными флуктуациями, чем рассмотренные выше зависимости  $(y,k)$  и  $(g,l)$  для советской экономики (рис. 3.3, 3.4), а анализ направления их выпуклости представляется затруднительным.

Зависимости  $(L/Y, I/Y)$  и  $(Y/L, Y/I)$  являются в целом убывающими (рис. 3.19, 3.20) и, в первом приближении соответствуют свойствам изоквант линейно-однородной ПФ. Что-либо определенное сказать о направлении их выпуклости затруднительно.

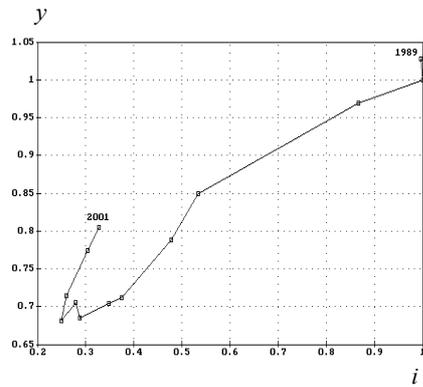


Рис. 3.17. График зависимости  $(y,i)$

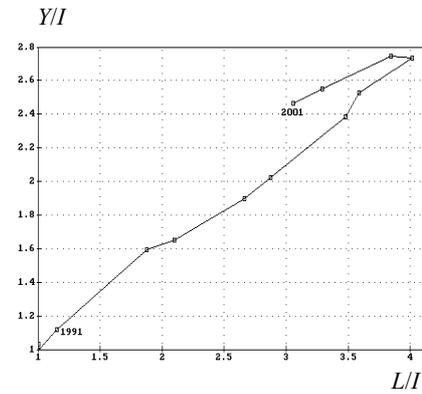


Рис. 3.18. График зависимости  $(Y/I, L/I)$

Приведенные на рис. 3.17–3.20 графики соответствуют использованию ВВП ( $Y_1$ ) в качестве выпуска. Для индекса промышленного производства ( $Y_2$ ) получаются похожие графики, которые здесь не приводятся. Также здесь не приводятся и графики, аналогичные анализировавшимся ранее графикам  $(\varepsilon_k, k)$  и  $(\ln(\varepsilon_l/\varepsilon_k), \ln k)$  (рис. 3.7, 3.8), поскольку флуктуации приводят к неустойчивости соответствующих показателей.

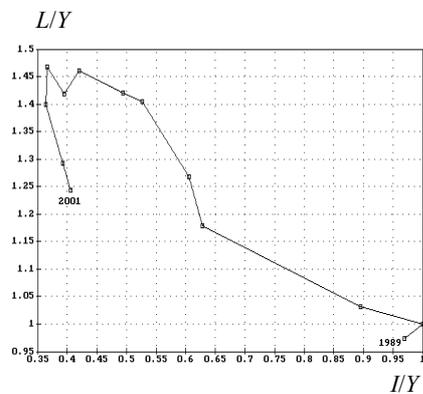


Рис. 3.19. График зависимости  $(L/Y, I/Y)$

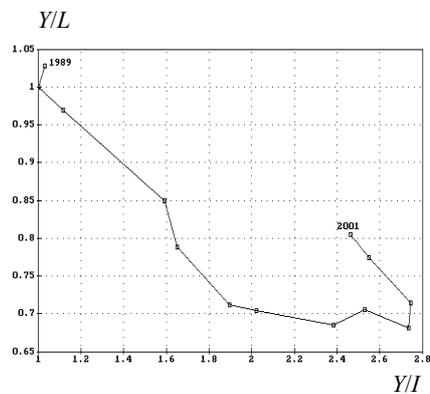


Рис. 3.20. График зависимости  $(Y/L, Y/I)$

Предварительный анализ данных позволяет говорить о возможности построения линейно-однородной производственной функции  $Y = F(I, L)$ . Вместе с тем едва ли можно ожидать хорошего качества аппроксимации и надежной оценки эластичности замещения. Учитывая значительность флуктуаций, неопределенность направления выпуклости анализировавшихся кривых и малую длину временных рядов, представляется целесообразным оценивать производственную функцию возможно более простого вида с минимальным числом оцениваемых параметров, т.е. ПФ Кобба-Дугласа.

Результаты оценивания параметров ПФ Кобба-Дугласа приведены в табл. П2.6 Приложения 2 (строки 1,2), а соответствующие оценки по временным рядам темпов приведены в табл. П2.7 (строки 1,2). Поскольку исходные данные не позволяют оценить зависимость эластичности выпуска по инвестициям  $E_I$  от  $i$ , определяемую эластичностью замещения труда инвестициями, то остается интерпретировать лишь оценку уровня  $E_I$ , которую дает параметр  $b$ . Поскольку, в соответствии со спецификацией ПФ Кобба-Дугласа,  $y$  связана с  $i$  степенной зависимостью  $y = Ai^b$ , то значимо меньшая 1 оценка  $b$  означает, что на этапе доминирования тенденций спада удельные инвестиции  $i = I/L$  должны сокращаться опережающими темпами по сравнению с производительностью труда  $y = Y/L$ , а на этапе доминирования тенденций роста  $i$  должно расти опережающими темпами по сравнению с  $y$ . Именно это в целом и имело место на протяжении всей рассматриваемой части переходного периода. Сохранение существенно меньших 1 значений  $E_I$  на перспективу в условиях роста производительности труда означает необходимость роста нормы накопления и, соответственно, снижения нормы потребления.

Поскольку оценка  $b$  достаточно велика (0.3–0.5), а фактор  $L$  изменяется в несколько раз слабее, чем  $I$  (рис. 3.15, 3.16), то основной вклад в динамику  $Y$  дает динамика  $I$ , динамика же  $L$  сравнительно слабо влияет на  $Y$ . Так как в данной ситуации определяющим является фактор  $I$ , то имеет смысл построить и простейшую однофакторную зависимость  $Y = F(I)$ . Графики  $(\ln Y, \ln I)$  для обоих используемых вариантов выпуска в первом приближении могут быть описаны линейными зависимостями (рис. 3.21, 3.22), поэтому в качестве такой однофакторной зависимости можно использовать степенную зависимость  $Y = AI^b$ . Результаты оценивания параметров такой зависимости приведены в табл. П2.6 Приложения 2 (строки 3,4), а соответствующие оценки по временным рядам темпов приведены в табл. П2.7 (строки 3,4). Оценки параметра  $b$  близки к соответствующим оценкам для зависимости  $Y = AI^b L^{1-b}$  и также значимо меньше 1. В содержательном плане это означает, что на этапе выхода из трансформационного кризиса тре-

буется опережающий рост инвестиций, что, в свою очередь, требует роста нормы накопления  $s = I/Y$  и снижения нормы потребления  $c = 1-s$ , поскольку  $\delta_s = \delta_I - \delta_Y$ ,  $\delta_Y = b\delta_I$ ,  $b < 1$  и  $\delta_s = (1-b)\delta_I$ . Таким образом, этап «проедания» национального богатства, когда спад потребления был гораздо менее глубоким, чем спад производства, должен смениться этапом относительного «затягивания поясов», когда рост потребления будет заметно отставать от роста производства. Именно это и наблюдается после обострения кризиса в 1998 г., ознаменовавшего, как представляется, смену периода доминирования тенденций спада периодом доминирования тенденций роста. А это, в свою очередь, означает ограниченность спроса как фактора стимулирования экономического роста. Индикатором завершения этого периода «затягивания поясов» можно считать сближение темпов инвестиций и выпуска.

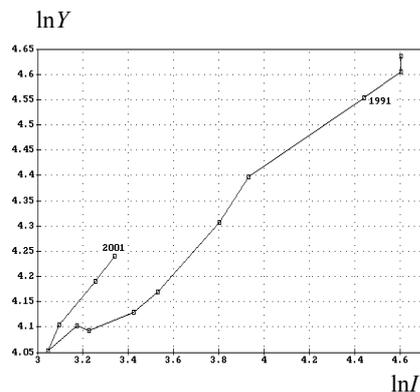


Рис. 3.21. График зависимости  $(\ln Y_1, \ln I)$

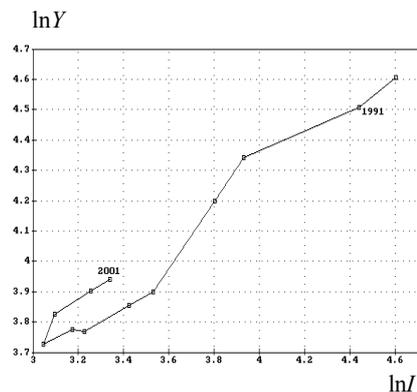


Рис. 3.22. График зависимости  $(\ln Y_2, \ln I)$

### 3.5. Анализ с использованием квартальных данных

Проводившийся выше анализ был основан на использовании данных годовой динамики, которые задавали масштаб времени. Сделаем попытку проведения аналогичного анализа в другом масштабе времени, для чего применим данные квартальной динамики. Будем использовать два временных ряда выпуска:  $Y_1$  – ВВП в реальном выражении [50] (с 1 квартала 1994 г. по 3 квартал 2001 г.),  $Y_2$  – индекс промышленного производства, рассчитанный автором по данным Центра экономической конъюнктуры при Правительстве РФ (с 1 квартала 1991 г. по 4 квартал 2001 г.), методика

описана в [12]. В качестве данных по инвестициям  $I$  будем использовать временной ряд индекса инвестиций в основной капитал в сопоставимых ценах [50] (с 1 квартала 1991 г. по 4 квартал 2001 г.), а в качестве данных по труду  $L$  – временной ряд численности занятого в экономике населения [50] (с 1 квартала 1991 г. по 4 квартал 2001 г.). Все данные представлены базисными индексами, подвергнуты сезонной корректировке и нормированы так, чтобы значение 1 квартала 1994 г. равнялось 100. Данные приведены в Приложении 1 (табл. П1.4), там же приведены и данные, не подвергавшиеся сезонной корректировке.

Графики, необходимые для проведения предварительного анализа данных, при использовании  $Y_1$  в качестве выпуска приведены на рис. 3.23–3.28, а при использовании  $Y_2$  – на рис. 3.29–3.34. В целом они соответствуют рассмотренным выше результатам по данным годовой динамики, но есть и некоторые отличия. При использовании ВВП в качестве выпуска явно выделяются два периода, на которых можно строить ПФ с различными параметрами, эти периоды разделяются 4 кварталом 1998 г. (рис. 3.25–3.28). При оценивании параметров ПФ на всем интервале с 1994 г. по 2001 г. оценки будут заведомо хуже и будет наблюдаться значительная автокорреляция остатков. При использовании промышленного производства в качестве выпуска, в отличие от предыдущего случая, можно оценивать параметры ПФ и на всем интервале с 1991 г. по 2001 г.

Результаты оценивания ПФ Кобба-Дугласа  $Y = AI^bL^{1-b}$  приведены в табл. П2.8 Приложения 2 (строки 1–5). Там же приведены и оценки параметров для однофакторной зависимости  $Y = AI^b$  (строки 6–10), соответствующие графики  $(\ln Y, \ln I)$  приведены на рис. 3.35, 3.36 (в необходимых случаях приведены также оценки параметров с использованием процедуры Кохрейна-Оркутта). Оценки параметров соответствующих темповых зависимостей приведены в табл. П2.9.

Оценки параметров производственных зависимостей по квартальным данным согласуются с результатами предварительного анализа данных и в целом соответствуют результатам, полученным выше по данным годовой динамики. Достаточно низкие оценки эластичности выпуска по инвестициям позволяют сделать те же содержательные выводы, что и для данных годовой динамики. Несмотря на выделение в случае использования  $Y_1$  двух периодов, разделяемых кризисом 1998 г., на качественном уровне оценки параметров интерпретируются одинаково.

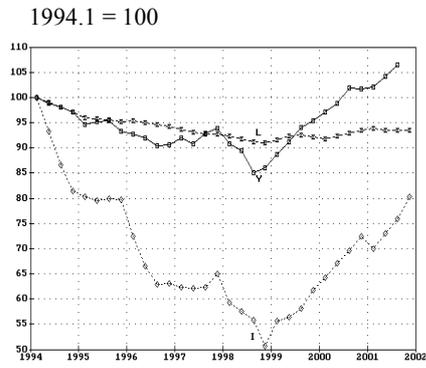


Рис. 3.23. Динамика индексов  $Y_1$ ,  $I$  и  $L$



Рис. 3.24. Динамика темпов  $Y_1$ ,  $I$  и  $L$

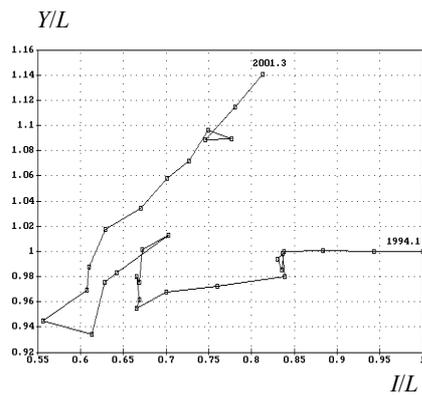


Рис. 3.25. График зависимости  $(Y_1/L, I/L)$

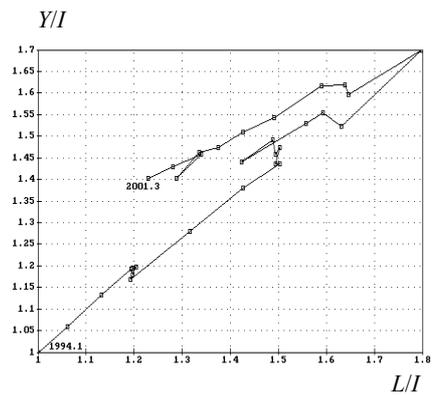


Рис. 3.26. График зависимости  $(Y_1/I, L/I)$

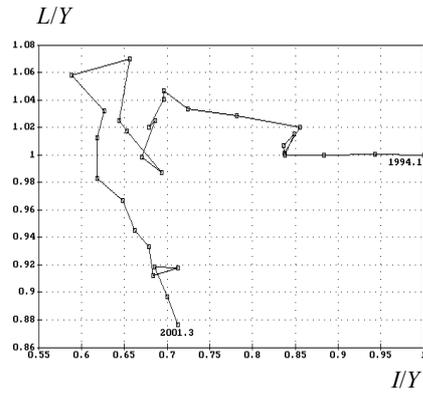


Рис. 3.27. График зависимости  $(L/Y_1, I/Y_1)$

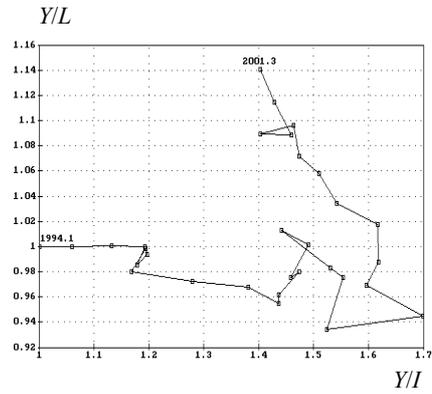


Рис. 3.28. График зависимости  $(Y_1/L, Y_1/I)$

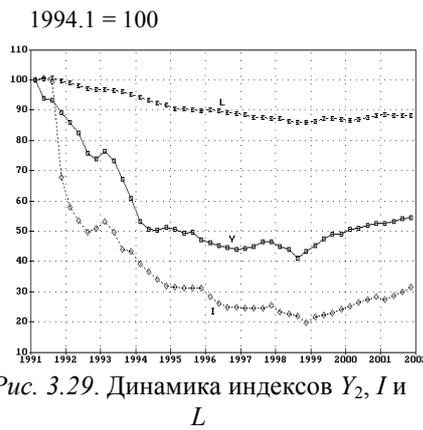


Рис. 3.29. Динамика индексов  $Y_2, I$  и  $L$



Рис. 3.30. Динамика темпов  $Y_2, I$  и  $L$

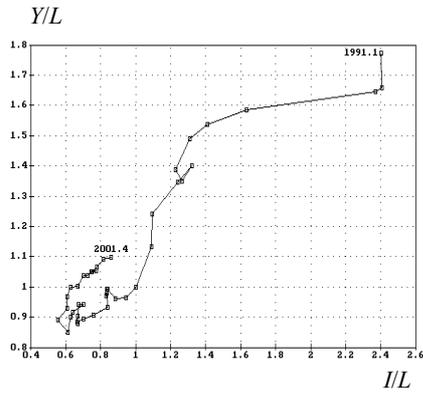


Рис. 3.31. График зависимости  $(Y_2/L, I/L)$

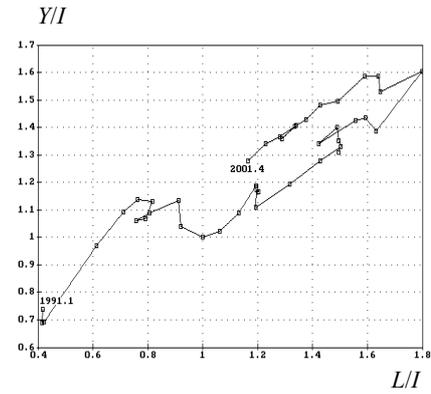


Рис. 3.32. График зависимости  $(Y_2/I, L/I)$

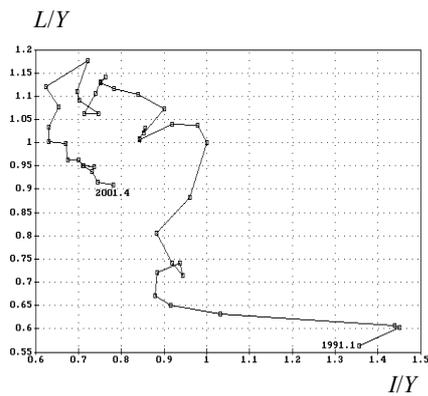


Рис. 3.33. График зависимости  $(L/Y_2, I/Y_2)$

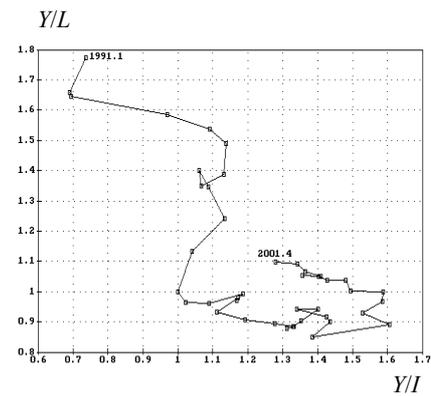


Рис. 3.34. График зависимости  $(Y_2/L, Y_2/I)$

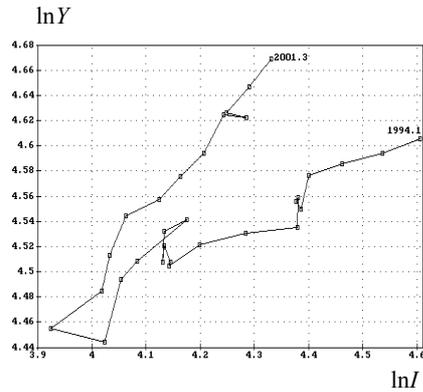


Рис. 3.35. График зависимости  $(\ln Y_1, \ln I)$

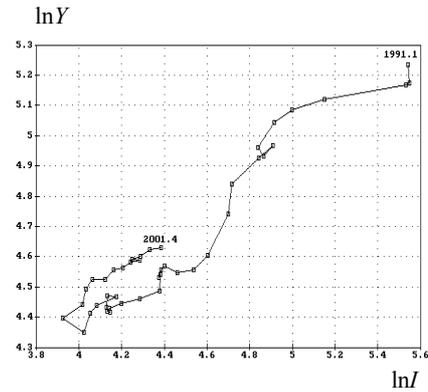


Рис. 3.36. График зависимости  $(\ln Y_2, \ln I)$

Заметим, что использование при построении ПФ данных более высокой, чем годовая, частоты подразумевает проведение сезонной корректировки. Это может приводить к снижению значений критерия Дарбина-Уотсона, поскольку алгоритмы сезонной корректировки используют операции, искусственно привносящие автокорреляцию между соседними членами временного ряда (скажем, операцию взвешенного скользящего среднего для квартальных подсерий). Видимо, это – неизбежная плата за возможность использования данных более высокой, чем годовая, частоты.

## 4. Анализ совокупной факторной производительности

### 4.1. Совокупная факторная производительность

Как было отмечено выше, допущение о том, что динамика выпуска  $Y$  полностью описывается динамикой лишь факторов  $K$  и  $L$ , является весьма сильным. Очевидно, на динамику  $Y$  оказывают влияние технический прогресс, накопление человеческого капитала, улучшение организации производства и другие подобные факторы. Помимо этого существует проблема адекватного измерения динамики выпуска и факторов производства, когда необходимо сопоставлять новые товары, обладающие иными потребительскими свойствами, со старыми товарами, вновь вовлекаемые в процесс производства и, как правило, более эффективные фонды и труд с уже участвующими в этом процессе факторами, обладающими отличающимися свойствами. Типичным здесь является возникновение смещений во временных рядах выпуска и факторов производства.

Это приводит к тому, что когда в качестве факторных эластичностей используются не их оценки, полученные на основе применения эконометрических методов, а данные о долях факторов (*factor shares*), то динамика фондов  $K$  и труда  $L$  описывает далеко не весь выпуск, оставляя значительный остаток, не объясняемый динамикой  $K$  и  $L$  [46,51]. В этом случае в производственную функцию часто вводят явную зависимость от времени, например, в форме

$$(4.1) \quad Y = A(t)F(K, L) ,$$

простейший вариант которой, соответствующий постоянному темпу автономного технического прогресса, рассмотрен выше в 1.4.

Поскольку

$$\frac{d(A(t)F(K, L))}{dt} = \dot{A}(t)F(K, L) + A(t)\frac{\partial F}{\partial K}\dot{K} + A(t)\frac{\partial F}{\partial L}\dot{L} ,$$

то

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + \frac{\partial \ln F}{\partial \ln K} \frac{\dot{K}}{K} + \frac{\partial \ln F}{\partial \ln L} \frac{\dot{L}}{L}$$

или

$$(4.2) \quad \delta_Y = p + E_K \delta_K + E_L \delta_L,$$

где  $\delta_Y = \frac{\dot{Y}}{Y}$ ,  $\delta_K = \frac{\dot{K}}{K}$  и  $\delta_L = \frac{\dot{L}}{L}$  – темпы выпуска, капитала и труда соответственно,  $E_K$  и  $E_L$  – эластичности выпуска по фондам и труду, а  $p = p(t) = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)}$  – член, учитывающий вклад в темп выпуска совокупности всех других, не фигурирующих непосредственно в списке аргументов ПФ, факторов, а также учитывающий возможные смещения во временных рядах выпуска, фондов и труда. Анализ динамики остатка  $A(t)$  позволяет исследовать развитие процесса во времени, когда в одни периоды влияние этих факторов сказывается сильнее, тогда как в другие – слабее.

Как следует из (4.1)

$$(4.3) \quad A(t) = \frac{Y}{F(K, L)},$$

что при известной функции  $F(K, L)$  позволяет получить временной ряд  $A(t)$ . Поскольку  $F(K, L)$  есть среднее факторов  $K$  и  $L$ , то (4.3) есть отношение индекса выпуска (результата) к среднему индексов факторов (затрат). Таким образом,  $A(t)$  является показателем эффективности, причем – совокупным показателем, учитывающим оба фактора производства. Поэтому  $A(t)$  называют *совокупной факторной производительностью (total factor productivity)*, см., например, [46]), в отличие от частных показателей эффективности, какими являются средняя производительность труда  $y = Y/L$  и средняя фондоотдача  $g = Y/K$ .

Совокупная факторная производительность (СФП) может быть выражена через осреднение частных производительностей факторов. Так, если  $F(K, L)$  – линейно-однородная CES-функция, то

$$A(t) = \frac{Y}{(bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho})^{-1/\rho}} = (bg^{\rho} + (1-b)y^{\rho})^{1/\rho},$$

т.е.  $A(t)$  в данном случае является взвешенным средним степенным степени  $\rho$  средней фондоотдачи  $g$  и средней производительности труда  $u$ .

В соответствии с (4.3) совокупная факторная производительность выражена в интегральном виде, в соответствии же с (4.2) она может быть выражена и в дифференциальном виде

$$(4.4) \quad p = \delta_Y - (E_K \delta_K + E_L \delta_L) .$$

## **4.2. Особенности анализа динамики совокупной факторной производительности в рассматриваемых условиях**

В 3 для описания динамики выпуска функцией факторов производства использован подход, состоящий в допущении изменения параметров производственной функции с течением времени. В соответствии с этим подходом строились производственные функции, которые можно охарактеризовать как краткосрочные, поскольку при их построении ставилась цель максимально точного описания текущих, краткосрочных тенденций. При таком подходе сколько-нибудь информативного остатка не возникает, поэтому объектом содержательной интерпретации является динамика оценок параметров ПФ (либо – информация о динамике множества возможных значений параметров ПФ) и информация о периодах времени, которым соответствовали те или иные оценки параметров.

В данном разделе в основу анализа положен другой подход. В соответствии с ним строится долгосрочная производственная функция, параметры которой полагаются неизменными на всем анализируемом интервале времени. В этом случае, как правило, возникает остаток, зачастую – значительный, не описываемый такой ПФ в силу ее меньшей, чем в первом подходе, гибкости. Этот остаток, выраженный в соответствии с (4.4) или (4.3), можно рассматривать как совокупную факторную производительность (см., например, [46]) в дифференциальном или интегральном виде. Именно динамика этого остатка является объектом содержательного анализа в этом случае (вместе с набором параметров долгосрочной производственной функции).

Остановимся на особенностях такого анализа в рассматриваемом случае, обусловленных спецификой российской переходной экономики. Как уже отмечено в 2.1, в переходной экономике (а до этого – в плановой) затруднено использование данных о долях капитала и труда для получения оценок соответствующих факторных эластичностей. Это приводит к необ-

ходимости использования эконометрических оценок факторных эластичностей для получения динамики совокупной факторной производительности. Однако использование эконометрических оценок факторных эластичностей вместо прямых оценок, полученных на основе данных о долях факторов, может весьма значительно смещать динамику совокупной факторной производительности.

Дело в том, что практически всегда динамику выпуска в первом приближении можно описать регрессионной зависимостью от динамики факторов. Это можно легко показать, представив временные ряды выпуска и факторов (а лучше – их логарифмы или темпы) в виде разложения в ряды Тейлора с точностью до линейных членов. Тогда коэффициентам регрессии будут соответствовать переменные системы алгебраических уравнений, получающейся после приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях разложения. Эта система почти всегда имеет единственное решение (решения может не быть или оно может быть не единственным только в случае линейной зависимости между факторами). Другими словами, почти всегда (т.е. за исключением частных случаев) можно подобрать такие значения эластичностей (хотя и не обязательно осмысленные с содержательной точки зрения), при которых динамика выпуска в первом приближении будет описана динамикой факторов.

Таким образом, при использовании эконометрических оценок факторных эластичностей можно не получить оценки тренда СФП, т.е. даже первого приближения динамики совокупной факторной производительности. Проблему усугубляет и возможная смещенность оценок динамики выпуска и факторов (см. например, [12]). Поэтому при анализе динамики совокупной факторной производительности, полученной с использованием эконометрических оценок факторных эластичностей, следует анализировать не столько тенденцию совокупной факторной производительности (которой в этом случае в первом приближении не должно быть), сколько изменения тенденции, отклонения от нее, флуктуации. По всей видимости, именно эти краткосрочные тенденции  $A(t)$ , флуктуации, и содержат основную информацию, которая может быть объектом содержательного анализа.

В силу возможной значительной смещенности динамики показателя СФП, наряду с оценками совокупной факторной производительности будем анализировать и динамику частных производительностей факторов, которые, не являясь совокупными показателями производительности, обладают, однако, тем преимуществом, что не зависят от оценок факторных эластичностей. Они задают интервал, в пределах которого находится показатель совокупной факторной производительности. Заметим также, что

оценки СФП в дифференциальном виде менее подвержены воздействию возможных смещений.

### 4.3. Анализ динамики совокупной факторной производительности

Как и при построении краткосрочных ПФ в 3, анализ начнем с исследования динамики совокупной факторной производительности в экономике Советского Союза. Для этого будем использовать те же годовые данные произведенного национального дохода, основных фондов и численности рабочих и служащих, что и в 3.1.

На рис. 4.1 и 4.2 показана динамика совокупной факторной производительности в дифференциальном (полученном в соответствии с (4.4)) и интегральном (согласно (4.3)) виде. В качестве долгосрочной производственной функции, необходимой для получения СФП, использована ПФ Кобба-Дугласа, оценки параметров которой приведены в строке 1 табл. П2.5 Приложения 2. Как уже отмечено выше, долгосрочная тенденция временного ряда СФП, скорее всего, смещена и поэтому едва ли может служить объектом содержательного анализа.

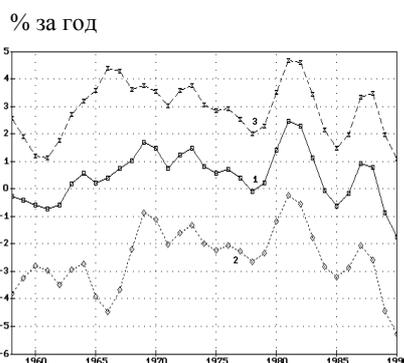


Рис. 4.1. Динамика совокупной факторной производительности  $p$  (1) и частных производительностей  $\delta_g$  (2) и  $\delta_y$  (3) в дифференциальном виде для СССР

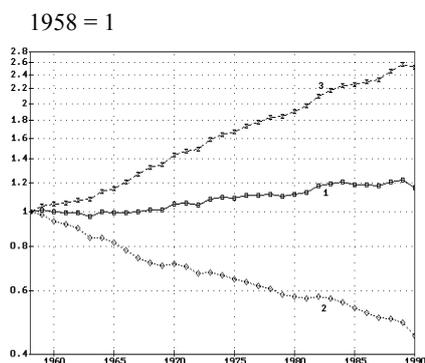


Рис. 4.2. Динамика совокупной факторной производительности  $A(t)$  (1) и частных производительностей  $g$  (2) и  $y$  (3) в интегральном виде для СССР

Для того, чтобы проиллюстрировать диапазон, в котором могли бы находиться графики СФП при ином выборе оценок факторных эластично-

стей, на рис. 4.1 и 4.2 показана также динамика частных производительностей, для получения которых знания факторных эластичностей не требуется, и поэтому возможные смещения оценок факторных эластичностей не могут смещать оценки частных производительностей факторов. Видим, что этот диапазон весьма широк, особенно при анализе СФП в интегральном виде (рис. 4.2), когда изменение частных производительностей задает для возможных оценок СФП диапазон от двукратного снижения до роста в 2.5 раза.



Рис. 4.3. Динамика совокупной факторной производительности  $A(t)$  в интегральном виде для СССР

Анализ краткосрочных тенденций СФП показывает, что СФП скачкообразно увеличилась в конце 1960-х гг. (см. рис. 4.1 и 4.3, на котором  $A(t)$  приведена в более удобном для анализа масштабе, чем на рис. 4.2), что, возможно, может быть объяснено предпринятой в то время попыткой проведения экономических реформ, которые связывают с именем А. Н. Косыгина. Следующее скачкообразное увеличение СФП можно датировать 1982–1984 гг. (возможно, это как-то связано с попытками «наведения порядка» во время короткого периода пребывания Ю. В. Андропова у власти), а последнее – 1988–1989 гг., когда вслед за перестройкой последовало «ускорение». Всем этим периодам роста предшествовали снижения СФП в дифференциальном виде или стагнация СФП в интегральном виде (рис. 4.1, 4.3). Так, в середине 1960-х гг. роста СФП не наблюдалось, в конце 1970-х гг. имело место даже снижение СФП, как и в середине 1980-х гг. Все это вполне соответствует простой схеме, согласно которой попытки проведения реформ являются реакцией на ухудшение ситуации.

Перейдем к анализу динамики СФП для российской переходной экономики. Для этого будем использовать те же данные годовой динамики ВВП, основных фондов и численности занятых в экономике, что и в 3.2. Поскольку, как было показано в 3.2, построение ПФ, использующей традиционный набор факторов производства и удовлетворяющей традиционному набору свойств, в данном случае невозможно, то необходимо воспользоваться каким-то внешним, по отношению к этим данным, источником оценок факторных эластичностей для получения оценок СФП. Представляется возможным использовать для этого ту же ПФ Кобба-Дугласа с теми же оценками эластичностей, что и при построении СФП для экономики Советского Союза. Во-первых, переходный период следует непосредственно за тем периодом, для которого получены эти оценки. Во-вторых, функция Кобба-Дугласа лучше, чем CES-функция с эластичностью замещения  $\sigma < 1$ , учитывает возможность замещения между факторами в долгосрочном периоде и поэтому лучше подходит на роль долгосрочной ПФ, которая необходима в данном случае. В-третьих, соответствующая оценка эластичности выпуска по фондам близка к 0.5 и далека от крайних значений (0 и 1), что обеспечивает сбалансированность вклада факторов в СФП. В-четвертых, как будет показано ниже, оценка факторной эластичности в данном случае не влияет на выводы на качественном уровне.

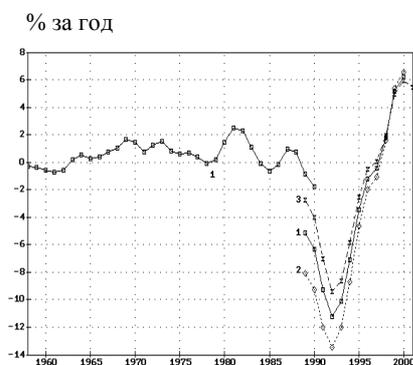


Рис. 4.4. Динамика совокупной факторной производительности  $p$  (1) и частных производительностей  $\delta_g$  (2) и  $\delta_y$  (3) в дифференциальном виде для СССР и России

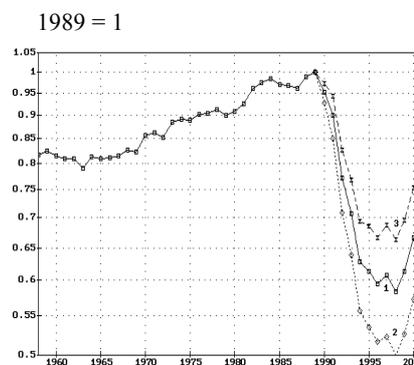


Рис. 4.5. Динамика совокупной факторной производительности  $A(t)$  (1) и частных производительностей  $g$  (2) и  $y$  (3) в интегральном виде для СССР и России

Динамика оценок СФП в дифференциальном и интегральном виде показана на рис. 4.4, 4.5. Для наглядности там же приведена и динамика соответствующих оценок СФП для экономики СССР. В отличие от использованного в **3** подхода, основанного на построении краткосрочных производственных функций, подход, основанный на анализе динамики СФП, позволяет в данном случае проводить содержательный анализ ситуации. Как оценка СФП, полученная на основе ненадежных оценок факторных эластичностей, так и не зависящие от них оценки частных производительностей факторов демонстрируют резкое снижение производительности, произошедшее с началом переходного периода. В данном случае определенно можно говорить о существовании значительного остатка динамики выпуска, не объясняемого динамикой факторов, но в отличие от стандартной для стабильных развитых экономик ситуации, этот остаток имеет отрицательный знак. Таким образом, характерной чертой (впрочем, хорошо известной) переходного периода является резкое снижение производительности факторов.

Кульминация темпов снижения производительности приходится на 1992 г., что хорошо интерпретируется, поскольку именно этот год стал переломным в процессе становления рыночных начал в российской экономике. Период снижения уровня СФП уменьшающимися темпами продолжался после этого еще примерно три года, а с 1999 г. начался рост СФП.

Рис. 4.4, 4.5 дают, помимо прочего, и яркую иллюстрацию резкой интенсификации процессов в переходной экономике.

Нельзя исключать, что избыток обоих факторов производства, возникший в российской экономике с восстановлением в ней рыночных ограничений, сопровождается выходом за пределы экономической области. Заметим, что в соответствии с описанной в **1.5** схемой, за пределами экономической области может быть избыточным только один из факторов: либо фонды, либо труд (рис. 1.8). Поскольку в рассматриваемой ситуации оба фактора становятся избыточными, то она не укладывается в стандартную схему. Возможно, более адекватной для описания подобных ситуаций могла бы быть схема, в соответствии с которой экономическая область ограничена не только для любого заданного  $K$  или  $L$ , но и в области больших значений факторов, что могло бы быть достигнуто путем введения дополнительной нелинейности в производственную функцию.

Использование в качестве выпуска вместо ВВП индекса промышленного производства дает качественно те же, но выраженные еще более контрастно, результаты, которые здесь не приводятся.

#### 4.4. Учет уровня загрузки мощностей

Резкое снижение совокупной факторной производительности с началом переходного процесса в какой-то мере обусловлено снижением степени использования факторов производства. В советской плановой экономике с доминировавшими ресурсными ограничениями так или иначе использовались все имеющиеся факторы производства, в этом плане различие между, скажем, объемами существующих и реально используемых основных фондов не носило принципиального характера. В переходной экономике, с усилением спросовых ограничений, ситуация существенно изменилась, поскольку уровень загрузки производственных мощностей резко снизился. В этой ситуации использование временных рядов всех основных фондов или лишь используемой их части приводит к существенно разной динамике совокупной факторной производительности. В первом случае получаем оценки СФП по отношению ко всем производственным фондам, тогда как во втором – по отношению к реально используемым.

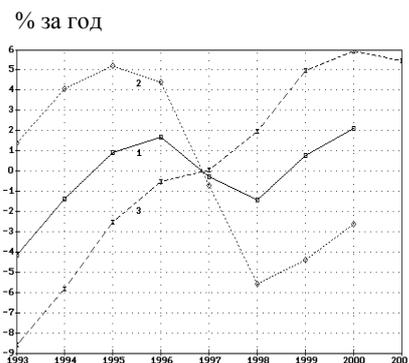


Рис. 4.6. Динамика совокупной факторной производительности  $p$  (1) и частных производительностей  $\delta_g$  (2) и  $\delta_y$  (3) в дифференциальном виде для России с учетом уровня загрузки мощностей (выпуск – ВВП)

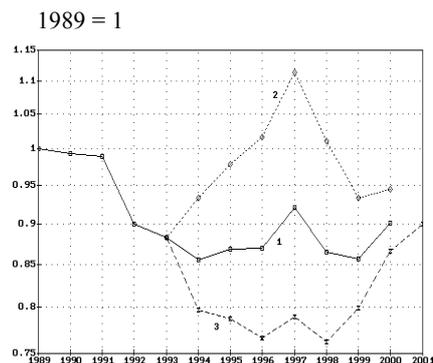


Рис. 4.7. Динамика совокупной факторной производительности  $A(t)$  (1) и частных производительностей  $g$  (2) и  $y$  (3) в интегральном виде для России с учетом уровня загрузки мощностей (выпуск – ВВП)

Для построения СФП с учетом уровня загрузки мощностей будем использовать те же данные, что и в 3.3, и те же параметры долгосрочной производственной функции, что и в предыдущих расчетах. Результаты соответствующих расчетов динамики СФП и частных производительностей

приведены на рис. 4.6, 4.7. В этом случае получаем достаточно длительный период слабо меняющейся СФП с 1993–1994 гг. до 1999–2000 гг. Вместе с тем, поскольку данные о загрузке мощностей имеются лишь с 1993 г., они не позволяют провести анализ всего переходного процесса, включая его начальный (и, вероятно, наиболее интересный содержательно) период. Однако, если предположить, что в 1989 г. основные фонды были загружены полностью и восполнить недостающие значения уровня загрузки мощностей в 1990–1992 гг. линейной интерполяцией, получим оценку глубины снижения СФП с учетом уровня загрузки мощностей. Как и следовало ожидать, глубина падения в этом случае оказывается значительно меньшей, чем без учета уровня загрузки (ср. рис. 4.7 и рис. 4.5).

#### **4.5. Учет инвестиций в качестве фактора производства**

Как обсуждалось в 3.4, перспективным с разных точек зрения кандидатом на роль фактора производственной функции являются инвестиции в основной капитал. Поэтому представляет интерес проведение анализа динамики оценок совокупной факторной производительности, построенных с использованием нетрадиционного набора факторов, в котором капитал заменен инвестициями. Для этого будем использовать те же данные, что и в 3.4, а в качестве производственной функции, необходимой для получения оценок СФП, будем использовать функцию Кобба-Дугласа, оценки параметров которой приведены в строке 1 табл. П2.7 Приложения 2.

Результаты приведены на рис. 4.8, 4.9. Видим, что в этом случае не наблюдается вовсе никакого снижения СФП на протяжении переходного периода, в отличие от результатов использования традиционного набора факторов производства (ср. рис. 4.9 с рис. 4.5 и рис. 4.7). Даже если использованные оценки факторных эластичностей несколько смещены, это не должно привести к изменению динамики СФП на качественном уровне. Принципиальное различие динамики СФП в случае использования данных об инвестициях вместо данных о динамике капитала, видимо, является основным результатом данного варианта анализа.

Говоря о краткосрочных тенденциях, интересно заметить, что в 1992 г. сопровождался в данном случае некоторым ростом СФП, в отличие от ситуации кульминации темпов снижения, имевшей место при использовании традиционного набора факторов.

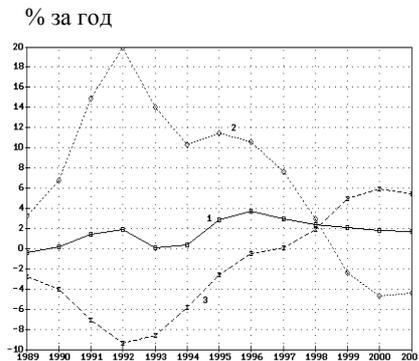


Рис. 4.8. Динамика совокупной факторной производительности  $p$  (1) и частных производительностей инвестиций (2) и труда (3) в дифференциальном виде для России при использовании инвестиций в качестве фактора производства (выпуск – ВВП)

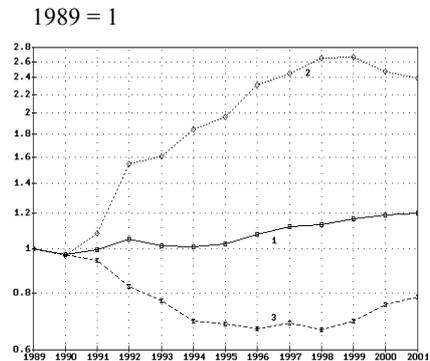


Рис. 4.9. Динамика совокупной факторной производительности  $A(t)$  (1) и частных производительностей инвестиций (2) и труда (3) в интегральном виде для России при использовании инвестиций в качестве фактора производства (выпуск – ВВП)



Рис. 4.10. Динамика совокупной факторной производительности  $p$  (1) и частных производительностей инвестиций (2) и труда (3) в дифференциальном виде для России при использовании инвестиций в качестве фактора производства (выпуск – ВВП)

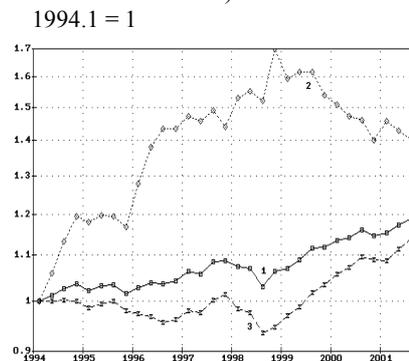


Рис. 4.11. Динамика совокупной факторной производительности  $A(t)$  (1) и частных производительностей инвестиций (2) и труда (3) в интегральном виде для России при использовании инвестиций в качестве фактора производства (выпуск – ВВП)



Рис. 4.12. Динамика совокупной факторной производительности  $p$  (1) и частных производительностей инвестиций (2) и труда (3) в дифференциальном виде для России при использовании инвестиций в качестве фактора производства (выпуск – промышленное производство)

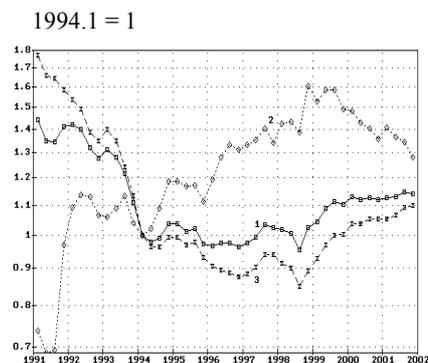


Рис. 4.13. Динамика совокупной факторной производительности  $A(t)$  (1) и частных производительностей инвестиций (2) и труда (3) в интегральном виде для России при использовании инвестиций в качестве фактора производства (выпуск – промышленное производство)

Более точно краткосрочные тенденции могут быть проанализированы на основе квартальных данных, а не годовых. Для этого будем использовать те же данные, что и в 3.5, а в качестве производственной функции применим функцию Кобба-Дугласа, оценки параметров которой приведены в строке 1 табл. П2.9 Приложения 2.

Результаты приведены на рис. 4.10–4.13. Видим, что наиболее резкое снижение СФП имело место во второй половине 1993 г. – начале 1994 г. (рис. 4.12, 4.13), когда наблюдалась кульминация темпов промышленного спада. Другой период снижения СФП – вторая половина 1995 г. Оба эти периода характеризовались борьбой с инфляцией, для чего использовались методы, вызвавшие спад производства (см., например, [11,12]). Наконец, снижение СФП имело место в период обострения кризиса в августе-сентябре 1998 г. За периодами снижения СФП следовали периоды ее роста.

Представляется, что проведенный анализ динамики различных вариантов совокупной факторной производительности позволяет сделать вывод о том, что российская макроэкономическая динамика оказывается вполне интерпретируемой в рамках концепции СФП.

## Заключение

Проведенный анализ показал, что построение агрегированных производственных функций в условиях российской переходной экономики в принципе возможно. Приведены примеры построения производственных функций по данным, описывающим динамику российской переходной экономики.

Вместе с тем использование стандартного набора факторов (фонды и труд) не позволяет получить сколько-нибудь приемлемых результатов, поскольку данные официальной статистики не дают рыночной оценки капитала и реально используемого труда. Затратная оценка основных фондов в нерыночных или в не вполне рыночных условиях, лежащая в основе действующих официальных методик, не позволяет использовать соответствующие данные даже в качестве первого приближения. Использование данных об уровне загрузки производственных фондов дает обнадеживающие результаты, однако, не позволяет использовать построенные ПФ в качестве инструмента прогнозирования, поскольку создает дополнительные серьезные трудности при построении замкнутой модели, учитывающей динамику фондов. Наличие аналогичных проблем в статистике труда еще больше усугубляет эту ситуацию.

В качестве факторов, определяющих динамику выпуска в рамках модели столь высокого уровня агрегирования, какой является односекторная модель, можно назвать реально используемые основные фонды и реально используемый труд. Вместе с тем пока надежная статистика здесь отсутствует, практическая ценность этого вывода невелика. Более того, нет оснований надеяться на то, что когда-либо такая статистика, покрывающая основную часть переходного периода, будет построена. Среди факторов, по которым имеются сколько-нибудь приемлемые статистические данные, следует выделить инвестиции в основной капитал в реальном выражении. Использование этого фактора вместо фактора капитала позволяет получить вполне приемлемые оценки даже и с использованием существующих данных по труду. Представляется, что соответствующие ПФ могут быть использованы для прогнозирования с горизонтом в несколько лет, поскольку

построение замкнутых моделей на их основе не вызывает затруднений. Вместе с тем прогнозирование на более длительные сроки представляется проблематичным.

Все оценки эластичности выпуска по инвестициям, полученные на основе различных данных, значимо меньше 1 (как правило, они не превышают 0.5). Это означает, что на этапе выхода из кризиса рост производства должен сопровождаться ростом инвестиций существенно более высокими темпами (в первом приближении – вдвое более высокими). Отсюда следует, что норма накопления (доля инвестиций в ВВП) должна длительное время в целом расти, а норма потребления, соответственно, сокращаться. Следовательно, темпы роста реального душевого потребления в обозримой перспективе должны систематически отставать от темпов роста производства на душу населения (подобно тому, как на этапе доминирования тенденций спада темпы спада душевого потребления систематически отставали от темпов спада производства в расчете на душу населения). Это несколько снижает роль конечного спроса как фактора стимулирования роста производства на этапе выхода из трансформационного кризиса. Возможность значительного сокращения чистого экспорта способна несколько смягчить остроту этой проблемы.

Наличие оснований для ожидания в обозримом будущем (как и на протяжении пройденной части переходного периода) систематических различий в темпах роста ряда показателей макроэкономической динамики (производительности труда, удельных инвестиций, душевого потребления и т.п.) делает актуальным проведение соответствующего мониторинга. Наличие такого рода оснований означает неизбежность протекания в переходной экономике структурных изменений вполне определенной направленности. Поэтому задача мониторинга может рассматриваться как задача анализа структурных сдвигов. Это делает целесообразным проведение дальнейших исследований в направлении объединения инструментария, связанного с построением ПФ, с инструментарием анализа структурных сдвигов и учета, с одной стороны, индикаторов структурных сдвигов при построении ПФ, а, с другой стороны, использования результатов, даваемых аппаратом ПФ, на перспективу протекания структурных изменений в переходной экономике.

Анализ экономики советского периода, непосредственно предшествовавшего переходному, показал, что возможности замещения труда фондами существенно различаются для разных периодов и разных временных масштабов – на протяжении десятилетий советская экономика демонстрировала существенно большие возможности замещения труда капиталом, чем на протяжении ряда периодов на меньших характерных временах.

Возможности такого рода различий необходимо учитывать при построении инструментария прогнозирования, рассчитанного на различные горизонты прогноза.

Теоретические представления, лежащие в основе концепции производственных функций, дают возможность построить взаимно согласованную систему индикаторов макроэкономической динамики, позволяющих проводить предварительный анализ данных, и, в частности, выделять периоды, на которых могут быть построены производственные функции. Вместе с тем такая система индикаторов, как представляется, имеет и самостоятельную ценность для проведения анализа (мониторинга) экономической динамики вне непосредственной связи с проблемой построения ПФ.

Выделяются интервалы времени, на которых имеются разные возможности построения ПФ (если имеются вообще). Такие ПФ имеют существенно разные параметры. На больших характерных временах это – период планового развития, переходный период, который, предположительно, должен смениться периодом развития в условиях рыночной экономики. На меньших характерных временах это – периоды с существенно разными возможностями замещения труда фондами в период планового развития, периоды до и после обострения кризиса в августе 1998 г. Наличие таких периодов с разными свойствами (различных режимов функционирования экономики) делает принципиально важным решение задачи периодизации, построения хронологии (идентификации совокупности периодов и разделяющих их поворотных точек) при проведении ретроспективного анализа. Для построения ПФ этап предварительного анализа данных становится необходимым, в противном случае могут быть получены практически любые оценки параметров в пределах достаточно широкой области. Построенная система индикаторов позволяет проводить такой анализ данных.

Инвестиции как фактор при построении ПФ родственны простейшим факторам, поскольку инвестиции определяют прирост капитала (наряду с его выбытием). Производственная функция, учитывающая в качестве одного фактора (труд) переменную типа запаса, а в качестве второго фактора (инвестиции) – переменную типа потока, т.е. фактор, приростной по своей сути, является смешанной. Обнадеживающие результаты для российского переходного периода, полученные с использованием такой комбинации факторов (и даже только одного из них – потокового) делают актуальным проведение дальнейших исследований по построению темповых производственных зависимостей, в которых все факторы учитываются в приростной форме.

Проведенный анализ показал применимость концепции совокупной факторной производительности к условиям российской экономики.

Построены различные варианты оценок динамики совокупной факторной производительности, которые поддаются содержательной интерпретации.

Переходный период характеризуется резким падением совокупной факторной производительности (как и частных производительностей факторов), т.е. возникает значительный остаток, не объясняемый динамикой факторов производства, который, в отличие от стандартного случая, имеет отрицательный знак. Кульминация темпов снижения совокупной факторной производительности приходится на 1992 г., а с 1999 г. начался ее рост.

Построение надежных моделей экономической динамики сдерживается состоянием российской государственной статистики. Статистика фондов не внушает доверия и не адекватна реалиям переходной экономики, имеются серьезные проблемы в статистике труда, связанные с учетом труда, реально участвующего в процессе производства. Существуют проблемы с преемственностью данных (общие для всей российской статистики, см. также [52]). Все это до крайности затрудняет проведение количественного анализа российской экономической динамики и снижает качество получаемых результатов.

## Литература

1. *Weitzman M.L.* Soviet Postwar Economic Growth and Capital-Labor Substitution // *American Economic Review*. 1970. Vol. 60. No. 4. P. 676–692.
2. *Desai P.* The Production Function and Technical Change in Postwar Soviet Industry: A Reexamination // *American Economic Review*. 1976. Vol. 66. No. 3. P. 372–381.
3. *Thornton J.* Value-Added and Factor Productivity in Soviet Industry // *The American Economic Review*. 1970. Vol. 60. No. 5. P. 863–871.
4. *Krishna Kumar T., Asher E.* Soviet Postwar Economic Growth and Capital-Labor Substitution: Comment // *American Economic Review*. 1974. Vol. 64. No. 1. P. 240–242.
5. *Desai P.* The Productivity of Foreign Resource Inflow to the Soviet Economy // *American Economic Review*. 1979. Vol. 69. No. 2. P. 70–75.
6. *Bergson A.* Notes on the Production Function in Soviet Postwar Industrial Growth // *Journal of Comparative Economics*. 1979. Vol. 3. No. 2. P. 116–126.
7. *Desai P., Martin R.* Efficiency Loss from Resource Misallocation in Soviet Industry // *Quarterly Journal of Economics*. 1983. Vol. 98. No. 3. P. 441–456.
8. *Desai P.* Soviet Growth Retardation // *American Economic Review*. 1986. Vol. 76. No. 2. P. 175–180.
9. *Bairam E.* Elasticity of Substitution, Technical Progress and Returns to Scale in Branches of Soviet Industry: A New CES Production Function Approach // *Journal of Applied Econometrics*. 1991. Vol. 6. No. 1. P. 91–96.
10. *Easterly W., Fisher S.* The Soviet Economic Decline: Historical and Republican Data. – NBER: Working Paper No. 4735. 1994.
11. *Бессонов В.А.* Об эволюции ценовых пропорций в процессе российских экономических реформ // *Экономический журнал ВШЭ*. 1999. Т. 3. № 1. С. 42–81.
12. *Бессонов В.А.* О трансформационных структурных сдвигах российского промышленного производства // *Экономический журнал ВШЭ*. 2000. Т. 4. № 2. С. 184–219.

13. Яременко Ю.В., Ершов Э.Б., Смышляев А.С. Исследование взаимосвязи факторов роста экономики СССР в 1950–1970 гг. / Математические методы решения экономических задач. – М.: Наука, 1974. Вып. 6. С. 31–48.
14. Баркалов Н.Б. Производственные функции в моделях экономического роста. – М.: МГУ. 1981. 128 с.
15. Иванюков Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. – М.: Наука, 1979. 304 с.
16. Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. – М.: Наука, 1984. 392 с.
17. Бальсис О. Макроэкономические производственные функции и их использование в планировании и прогнозировании. Аналитический обзор. – Вильнюс: ЛитНИИИТИ. 1979. 68 с.
18. Клейнер Г.Б. Методы анализа производственных функций. – М.: Информэлектро, 1980. 72 с.
19. Клейнер Г.Б. Производственные функции. – М.: Финансы и статистика. 1986.
20. Яременко Ю.В., Ершов Э.Б., Смышляев А.С. Опыт построения производственной функции для народного хозяйства СССР за 1950–1970 гг. / Исследования по математической экономике и смежным вопросам. – М.: МГУ, 1973. 360 с.
21. Раяцкас Р.Л., Бальсис О.А. Вопросы построения и оценки параметров производственной функции CES для агрегированных отраслей народного хозяйства // Экономика и математические методы. 1977. Т. 13. № 1.
22. Иванюков Ю.П., Положишиников В.Б., Рассадин В.Н. Производственная народнохозяйственная функция. – М.: ВЦ АН СССР. 1983. 44 с.
23. Абрамов А.П., Бессонов В.А., Никифоров Л.Г., Свириденко К.С. Исследование динамики макроэкономических показателей методом производственных функций. Препринт ВЦ АН СССР – М.: ВЦ АН. 1986. 69 с.
24. Бессонов В.А. Построение темповой производственной зависимости с ограниченным эффективным множеством. – М.: рук. деп. в ВИНТИ 11.05.1986 № 3412–В86. 49 с.
25. Бессонов В.А., Иванюков Ю.П. Темповые производственные зависимости с ограниченным эффективным множеством // Доклады Академии наук СССР. 1989. Т. 309. № 5. С. 1033–1036.
26. Gavrilentov E. Russian Economic Growth: Perspectives and Impediments // Hitotsubashi Journal of Economics. 1997. Vol. 38. No. 1. P. 33–44.
27. Гавриленков Е.Е. Экономический рост и долгосрочная стратегия развития России / Российская экономика: опыт трансформации 1990-х годов и перспективы развития. – М.: ГУ-ВШЭ, 2000. С. 55–78.

28. *Kushnirsky F.I.* A Modification of the Production Function for Transition Economies Reflecting the Role of Institutional Factors // *Comparative Economic Studies*. 2001. Vol. 43. No. 1. P. 1–30.
29. *Бюро экономического анализа*. Информационный бюллетень № 29. Март 2002. 44 с. <http://www.beafnd.org>
30. *Аллен Р.* Математическая экономия. – М.: ИЛ, 1963.
31. *Браун М.* Теория и измерение технического прогресса. – М.: Статистика, 1971. 208 с.
32. *Интриллигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс, 1975. 606 с.
33. *Самуэльсон П.* Экономика. Вводный курс. – М.: Прогресс, 1964. 843 с.
34. *Arrow K.J., Chenery H.B., Minhas B.S., Solow R.M.* Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency // *The Review of Economics and Statistics*. 1961. Vol. 43. No. 3. P. 225–250.
35. *Анчишкин А.И.* Методы факторного прогноза экономического роста / Проблемы применения макроэкономических моделей в планировании. – М.: Прогресс, 1972. С. 89–97.
36. *Solow R.M.* Technical Change and the Aggregate Production Function // *The Review of Economics and Statistics*. 1957. Vol. 39. No. 3. P. 312–320.
37. *Beckman M.J., Sato R.* Aggregate Production Functions and Types of Technical Progress: A Statistical Analysis // *American Economic Review*. 1969. Vol. 59. No. 1. P. 88–101.
38. *Гомулка С., Килози А.* Классификация типов технического прогресса и асимптотическое поведение траекторий экономического роста // *Экономика и математические методы*. 1969. Т. 5. № 6.
39. *Калецки М.* Очерк теории роста социалистической экономики. – М.: Прогресс, 1970.
40. *Полтерович В.М.* Институциональные ловушки и экономические реформы // *Экономика и математические методы*. 1999. Т. 35. № 2. С. 3–20.
41. *Kornai J.* Transformational Recession: The Main Causes // *Journal of Comparative Economics*. 1994. Vol. 19. No. 1. P. 39–63.
42. *Полтерович В.М.* Трансформационный спад в России // *Экономика и математические методы*. 1996. Т. 32. № 1. С. 54–69.
43. *Джини К.* Средние величины. – М.: Статистика, 1970. 448 с.
44. *Тьюки Дж.* Анализ результатов наблюдений: Разведочный анализ. – М.: Мир, 1981. 695 с.
45. Народное хозяйство СССР, статистические ежегодники, различные выпуски. – М.: Статистика.

46. *Nadiri M.I.* Some Approaches to the Theory and Measurement of Total Factor Productivity: A Survey // *Journal of Economic Literature*. 1970. Vol. 8. No. 4. P. 1137–1177.
47. *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. 336 с.
48. Российский статистический ежегодник. – М.: Госкомстат России, 2001. 679 с.
49. Россия – 2002: Экономическая конъюнктура. Вып. 1. – М.: Центр экономической конъюнктуры при Правительстве РФ, 2002.
50. Краткосрочные экономические показатели, различные выпуски. – М.: Госкомстат России.
51. *Harberger A.C.* A Vision of the Growth Process // *The American Economic Review*. 1998. Vol. 88. No. 1. P. 1–32.
52. *Бессонов В.А.* Об измерении динамики российского промышленного производства переходного периода // *Экономический журнал ВШЭ*. 2001. Т. 5. № 4. С. 564–586.

## Приложение 1. Таблицы исходных данных

Таблица III.1.

**Индексы валового выпуска, фондов и труда по СССР  
(западные оценки по всему народному хозяйству, за исключением  
сельского хозяйства и сферы услуг, 1960 г. = 100)**

Год	У	К	Л
1950	38.84	37.87	80.79
1951	43.66	41.35	84.51
1952	47.47	45.13	87.09
1953	51.99	49.39	89.71
1954	57.80	54.30	93.87
1955	64.36	59.93	95.47
1956	70.26	66.55	93.65
1957	77.60	73.93	94.50
1958	84.71	81.86	98.10
1959	92.38	90.51	100.88
1960	100.00	100.00	100.00
1961	107.54	110.49	98.73
1962	115.51	121.96	100.96
1963	122.76	134.22	103.87
1964	131.12	147.33	108.01
1965	141.96	161.27	112.38
1966	151.97	175.86	114.90

Источник: [1, с.677, табл. 2.]

Таблица III.2.

**Индексы выпуска, фондов и труда по СССР  
(1970 г. = 100)**

Год	У	К	Л
1958	43.20	30.83	61.97
1959	46.45	33.94	64.19
1960	50.17	38.10	68.74
1961	53.59	41.59	73.06
1962	56.63	44.97	75.72
1963	58.90	49.79	78.16

1964	64.38	54.31	81.26
1965	68.81	60.16	85.25
1966	74.39	68.11	88.36
1967	80.85	78.00	91.24
1968	87.55	86.68	94.35
1969	91.68	93.01	97.45
1970	100.00	100.00	100.00
1971	105.65	107.84	102.88
1972	109.81	116.64	105.54
1973	119.62	125.98	108.09
1974	125.98	135.32	110.64
1975	131.73	145.69	113.30
1976	139.48	156.78	115.52
1977	145.81	167.69	117.96
1978	153.32	179.45	120.40
1979	157.10	191.56	122.62
1980	164.82	203.74	124.72
1981	173.55	216.58	126.39
1982	186.64	230.20	127.72
1983	195.43	244.73	128.71
1984	203.11	259.80	129.49
1985	206.29	274.32	130.60
1986	211.03	288.73	131.37
1987	214.41	303.50	131.49
1988	223.85	318.14	129.93
1989	229.43	333.94	127.94
1990	220.26	349.49	125.17

*Y* – произведенный национальный доход в сопоставимых ценах, источник – [45];

*K* – все основные фонды в сопоставимых ценах в среднем за год, рассчитано как полусумма значений соседних лет по данным на конец года, полученных из [45];

*L* – численность рабочих и служащих, источник – [45].

Таблица III.3.

**Индексы выпуска, фондов, инвестиций и труда по России  
(годовые данные, 1990 г. = 100)**

Год	<i>Y</i> <sub>1</sub>	<i>Y</i> <sub>2</sub>	<i>K</i>	<i>C</i> (%)	<i>I</i>	<i>L</i>
1989	103.09	100.10	95.70		99.90	100.37
1990	100.00	100.00	100.00		100.00	100.00
1991	95.00	90.59	103.74		85.00	98.04
1992	81.23	76.93	106.48		51.00	95.68
1993	74.16	66.59	107.75	61.00	44.88	94.06
1994	64.74	49.36	107.91	50.25	34.11	90.92
1995	62.09	47.22	107.86	46.00	30.70	88.21
1996	59.98	43.34	107.86	42.75	25.17	87.55

1997	60.51	43.62	107.59	39.50	23.91	85.81
1998	57.55	41.58	107.16	41.50	21.04	84.49
1999	60.66	45.87	107.00	47.50	22.10	84.92
2000	66.12	49.52	107.26	51.00	25.94	85.40
2001	69.42	51.49		55.50	28.20	86.29

$Y_1$  – валовой внутренний продукт в сопоставимых ценах, источник – [48];

$Y_2$  – индекс промышленного производства, расчеты автора по исходным данным Центра экономической конъюнктуры при Правительстве РФ, методика описана в [12], по 1989 г. – данные Госкомстата;

$K$  – основные фонды в сопоставимых ценах в среднем за год, рассчитано как полусумма значений соседних лет по данным на конец года, полученных из [48];

$C$  – среднегодовой уровень загрузки производственных мощностей в промышленности, %, получено осреднением квартальных значений, опубликованных в [49];

$I$  – индекс инвестиций в основной капитал в сопоставимых ценах, источник – [48];

$L$  – среднегодовая численность занятых в экономике, источник – [48].

Таблица ПИ.4.

**Индексы выпуска, инвестиций и труда по России  
(квартальные данные, сезонно корректированное  
значение 1 кв. 1994 г. = 100)**

Год	$Y_{1A}$	$Y_{2A}$	$I_A$	$L_A$	$Y_{1U}$	$Y_{2U}$	$I_U$	$L_U$
1991.1		187.97	254.82	106.07		189.10	194.71	106.07
1991.2		176.74	256.47	106.53		174.34	241.46	106.50
1991.3		175.58	252.76	106.62		169.25	308.62	106.65
1991.4		167.46	172.65	105.74		174.06	190.91	105.78
1992.1		161.61	148.06	105.08		165.40	109.04	105.06
1992.2		155.10	136.41	104.10		151.03	125.54	104.06
1992.3		142.69	126.17	102.88		137.01	151.24	102.91
1992.4		138.55	129.84	102.70		146.73	148.92	102.76
1993.1		143.71	135.58	102.68		143.19	105.77	102.62
1993.2		137.80	126.72	102.25		134.01	115.50	102.19
1993.3		126.48	111.59	101.83		121.95	127.02	101.90
1993.4		114.53	110.07	101.09		120.38	132.52	101.18
1994.1	100.00	100.00	100.00	100.00	93.43	101.01	76.15	99.88
1994.2	98.92	95.38	93.32	98.96	95.57	92.48	83.13	98.88
1994.3	98.09	94.34	86.66	98.05	103.52	90.45	95.19	98.16
1994.4	97.20	96.59	81.47	97.19	102.77	101.12	103.33	97.29
1995.1	94.58	95.27	80.24	96.00	87.82	95.90	60.18	95.85
1995.2	95.18	92.86	79.56	95.80	91.74	90.05	69.28	95.71
1995.3	95.44	93.62	79.90	95.57	100.43	89.49	86.41	95.71
1995.4	93.28	88.68	79.81	95.18	98.66	92.99	103.02	95.28
1996.1	92.81	86.49	72.54	95.44	86.14	88.02	53.94	95.28
1996.2	91.98	85.16	66.62	95.07	88.66	82.65	57.11	94.99

1996.3	90.44	83.89	62.99	94.68	95.01	79.83	68.11	94.85
1996.4	90.69	82.75	63.12	94.33	95.95	87.61	83.55	94.41
1997.1	91.87	82.97	62.36	93.74	85.20	83.37	46.01	93.55
1997.2	90.74	84.12	62.24	93.02	87.54	81.78	53.83	92.98
1997.3	92.93	87.34	62.35	92.77	97.44	83.81	67.58	92.98
1997.4	93.80	87.20	65.09	92.63	99.03	91.36	84.51	92.69
1998.1	90.81	84.60	59.34	92.39	84.08	84.90	43.47	92.11
1998.2	89.44	82.63	57.58	91.68	86.61	80.53	50.56	91.68
1998.3	85.15	77.41	55.88	91.11	89.60	73.72	61.03	91.39
1998.4	86.07	81.24	50.63	91.05	90.90	85.22	66.63	91.10
1999.1	88.68	84.97	55.57	91.50	81.84	85.38	40.83	91.10
1999.2	91.23	89.43	56.39	92.38	88.57	87.28	50.13	92.40
1999.3	94.07	92.27	58.16	92.46	99.22	88.81	63.99	92.83
1999.4	95.31	92.32	61.82	92.18	100.43	96.41	79.11	92.26
2000.1	97.07	95.22	64.30	91.75	89.22	96.58	46.22	91.25
2000.2	98.90	95.78	67.10	92.27	96.13	93.81	59.86	92.26
2000.3	101.92	97.76	69.66	92.98	108.00	94.05	76.57	93.41
2000.4	101.76	98.45	72.56	93.43	107.16	101.91	91.91	93.55
2001.1	102.15	98.67	70.02	93.81	93.61	99.05	48.86	93.26
2001.2	104.23	99.65	72.97	93.50	101.37	97.78	64.83	93.41
2001.3	106.56	102.00	75.97	93.41	113.33	98.37	83.13	93.84
2001.4		102.63	80.21	93.40		106.53	101.64	93.55

$Y_{1A}$  – валовой внутренний продукт в сопоставимых ценах, источник – [50], проведена сезонная корректировка;

$Y_{2A}$  – индекс промышленного производства, расчеты автора по исходным данным Центра экономической конъюнктуры при Правительстве РФ, методика описана в [12], проведена сезонная корректировка;

$I_A$  – индекс инвестиций в основной капитал в сопоставимых ценах, источник – [50], проведена сезонная корректировка;

$L_A$  – численность занятого в экономике населения в среднем за квартал, источник – [50], проведена сезонная корректировка;

$Y_{1U}$ ,  $Y_{2U}$ ,  $I_U$ ,  $L_U$  – соответствующие данные, не подвергавшиеся сезонной корректировке, но отнормированные так, чтобы их сезонно скорректированное значение 1 квартала 1994 г. равнялось 100.

## Приложение 2. Некоторые результаты оценивания параметров

Таблица П2.1.

### Оценки параметров производственной функции

$$Y = Ae^{pt} (bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho})^{-1/\rho}, \text{ построенной по исходным данным [1]}$$

№ интервал	$A$	$p$	$b$	$\rho$	$\sigma$	$R^2$	DW
1 1950–1963	1.0028** (364.7)	0.0081 (2.001)	0.6566** (12.94)	3.0932** (5.312)	0.2443	0.9997	1.6235
2 1950–1966	1.0001** (308.4)	0.0128** (3.386)	0.5954** (11.05)	2.6045** (11.75)	0.2774	0.9997	1.4392

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.1. Единица измерения времени – 1 год, для 1960 г.  $t = 0$ . В скобках приведены  $t$ -статистики. Двумя звездочками помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 1%-ном уровне значимости.

Таблица П2.2.

### Оценки параметров производственной функции

$$y = Ae^{pt} (bk^{-\rho} + (1-b))^{-1/\rho}, \text{ построенной по исходным данным [1]}$$

№ интервал	$A$	$p$	$b$	$\rho$	$\sigma$	$R^2$	DW
1 1950–1963	1.0028** (354.3)	0.0093* (2.276)	0.6427** (12.83)	2.9897** (5.354)	0.2506	0.9996	1.7037
2 1950–1966	1.0007** (321.6)	0.0126** (3.631)	0.5987** (12.08)	2.6512** (11.88)	0.2739	0.9995	1.4849

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.1. Единица измерения времени – 1 год, для 1960 г.  $t = 0$ . В скобках приведены  $t$ -статистики. Звездочкой помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 5%-ном уровне значимости, а двумя звездочками – на 1%-ном уровне значимости.

Таблица П2.3.

## Оценки параметров производственной функции

$$\ln y = a + pt - \frac{1}{\rho} \ln(bk^{-\rho} + (1-b)), \text{ построенной по исходным данным [1]}$$

№	интервал	$a$	$p$	$b$	$\rho$	$\sigma$	$R^2$	DW
1	1950–1963	0.0018 (0.541)	0.0133** (3.192)	0.5946** (12.46)	2.5887** (5.289)	0.2786	0.9996	2.0327
2	1950–1966	0.0009 (0.294)	0.0134** (4.616)	0.5874** (14.36)	2.6539** (11.29)	0.2737	0.9996	1.7778

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.1. Единица измерения времени – 1 год, для 1960 г.  $t = 0$ . В скобках приведены  $t$ -статистики. Двумя звездочками помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 1%-ном уровне значимости.

Таблица П2.4.

Оценки параметров производственной функции  $\ln y = \ln A + b \ln k$  для

## экономики СССР

№	интервал	$\ln A$	$b$	AR(1)	$R^2$	DW
1	1958–1990	0.0061 (1.413)	0.5849** (72.60)	–	0.9942	0.6538
2	1959–1989	–0.0025 (–0.2327)	0.6091** (31.64)	0.6809** (5.656)	0.9976	2.1108

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.2. В скобках приведены  $t$ -статистики. Двумя звездочками помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 1%-ном уровне значимости.

Таблица П2.5.

Оценки параметров производственной функции  $\delta_Y = p + b\delta_K + (1-b)\delta_L$ 

## для экономики СССР

№	интервал	$p$	$b$	$R^2$	DW
1	1959–1989	0.0066 (0.5621)	0.4473* (2.242)	0.4302	2.2265
2	1959–1989	0.0064 (0.6757)	0.4331* (2.532)	0.6855	1.2584

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.2. В первом случае в качестве темпов использованы обычные темпы прироста, во втором случае – темпы прироста по формуле центральных разностей. В скобках приведены  $t$ -статистики. Звездочкой помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 5%-ном уровне значимости.

Таблица П2.6.

**Оценки параметров производственных зависимостей для российской экономики по годовым данным**

№	зависимость	интервал	$p$	$b$	$R^2$	DW
1	$\ln \frac{y_{1,t}}{y_{1,t-1}} = p + b \ln \frac{i_t}{i_{t-1}}$	1990– 2001	0.0110 (1.199)	0.3384** (6.822)	0.8231	1.4949
2	$\ln \frac{y_{2,t}}{y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{i_t}{i_{t-1}}$	1990– 2001	0.0006 (0.0262)	0.4675** (3.881)	0.6009	1.8479
3	$\ln \frac{Y_{1,t}}{Y_{1,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	1990– 2001	0.0072 (0.6948)	0.3805** (7.414)	0.8461	1.5353
4	$\ln \frac{Y_{2,t}}{Y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	1990– 2001	-0.0018 (-0.0772)	0.5082** (4.320)	0.6511	1.8315

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.3. В скобках приведены  $t$ -статистики. Двумя звездочками помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 1%-ном уровне значимости.

Таблица П2.7.

**Оценки параметров производственных зависимостей для российской экономики по годовым данным**

№	зависимость	интервал	$p$	$b$	$R^2$	DW
1	$\delta_{Y_1} = p + b\delta_I + (1-b)\delta_L$	1990– 2001	0.0113 (1.361)	0.3853** (7.282)	0.8868	1.4160
2	$\delta_{Y_2} = p + b\delta_I + (1-b)\delta_L$	1990– 2001	0.0032 (0.1716)	0.5243** (4.443)	0.7318	1.8376
3	$\delta_{Y_1} = p + b\delta_I$	1990– 2001	0.0077 (0.8498)	0.4315** (8.201)	0.8706	1.4860
4	$\delta_{Y_2} = p + b\delta_I$	1990– 2001	0.0009 (0.0484)	0.5663** (5.006)	0.7147	1.8297

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.3. В качестве темпов использованы темпы прироста. В скобках приведены  $t$ -статистики. Двумя звездочками помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 1%-ном уровне значимости.

Таблица П2.8.

**Оценки параметров производственных зависимостей для российской экономики по квартальным данным**

№	зависимость	интервал	$p$	$b$	AR(1)	$R^2$	DW
1	$\ln \frac{y_{1,t}}{y_{1,t-1}} = p + b \ln \frac{i_t}{i_{t-1}}$	1994.2	0.0057*	0.1950**	–	0.307	2.322
		–	(2.085)	(3.522)			
2	$\ln \frac{y_{1,t}}{y_{1,t-1}} = p + b \ln \frac{i_t}{i_{t-1}}$	2001.3					
		1994.3	0.0058*	0.2484**	–0.2850	0.348	2.009
3	$\ln \frac{y_{2,t}}{y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{i_t}{i_{t-1}}$	–	(2.659)	(4.318)	(–1.353)		
		2001.3					
4	$\ln \frac{y_{2,t}}{y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{i_t}{i_{t-1}}$	1991.2	–0.0062	0.2073**	–	0.169	1.218
		–	(–1.068)	(2.888)			
5	$\ln \frac{y_{2,t}}{y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{i_t}{i_{t-1}}$	2001.4					
		1991.3	–0.0057	0.1193	0.4354**	0.323	1.879
6	$\ln \frac{Y_{1,t}}{Y_{1,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	–	(–0.627)	(1.692)	(3.045)		
		2001.4					
7	$\ln \frac{Y_{2,t}}{Y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	1994.2	0.0039	0.1823	–	0.115	1.949
		–	(0.8411)	(1.941)			
8	$\ln \frac{Y_{1,t}}{Y_{1,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	2001.4					
		1994.2	0.0043	0.2359**	–	0.363	2.329
9	$\ln \frac{Y_{1,t}}{Y_{1,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	–	(1.398)	(3.996)			
		2001.3					
10	$\ln \frac{Y_{1,t}}{Y_{1,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	1994.3	0.0047	0.2966**	–0.3009	0.392	2.030
		–	(1.931)	(5.063)	(–1.471)		
11	$\ln \frac{Y_{2,t}}{Y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	2001.3					
		1991.2	–0.0076	0.2395**	–	0.211	1.225
12	$\ln \frac{Y_{2,t}}{Y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	–	(–1.269)	(3.315)			
		2001.4					
13	$\ln \frac{Y_{2,t}}{Y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	1991.3	–0.0079	0.1369	0.4580**	0.364	1.885
		–	(–0.807)	(1.905)	(3.215)		
14	$\ln \frac{Y_{2,t}}{Y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	2001.4					
		1994.2	0.0024	0.2260*	–	0.165	1.982
15	$\ln \frac{Y_{2,t}}{Y_{2,t-1}} = p + b \ln \frac{I_t}{I_{t-1}}$	–	(0.4977)	(2.389)			
		2001.4					

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.4. В скобках приведены  $t$ -статистики. Звездочкой помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 5%-ном уровне значимости, а двумя звездочками – на 1%-ном уровне значимости.

Таблица П2.9.

**Оценки параметров производственных зависимостей для российской экономики по квартальным данным**

№	зависимость	интервал	$p$	$b$	AR(1)	R <sup>2</sup>	DW
1	$\delta_{y_1} = p + b\delta_i$	1994.2– 2001.3	0.0057* (2.098)	0.2001** (3.600)	–	0.3164	2.3380
2	$\delta_{y_1} = p + b\delta_i$	1994.3– 2001.3	0.0057* (2.696)	0.2566** (4.496)	–0.3001 (–1.436)	0.3603	2.0100
3	$\delta_{y_2} = p + b\delta_i$	1991.2– 2001.4	–0.0053 (–0.9683)	0.2356** (3.086)	–	0.1885	1.2820
4	$\delta_{y_2} = p + b\delta_i$	1991.3– 2001.4	–0.0050 (–0.5857)	0.1371 (1.767)	0.4137** (2.832)	0.3217	1.8992
5	$\delta_{y_2} = p + b\delta_i$	1994.2– 2001.4	0.0041 (0.8829)	0.1861 (1.965)	–	0.1175	1.9454
6	$\delta_{y_1} = p + b\delta_i$	1994.2– 2001.3	0.0042 (1.398)	0.2418** (4.089)	–	0.3739	2.3522
7	$\delta_{y_1} = p + b\delta_i$	1994.3– 2001.3	0.0045 (1.953)	0.3065** (5.323)	–0.3210 (–1.589)	0.4074	2.0360
8	$\delta_{y_2} = p + b\delta_i$	1991.2– 2001.4	–0.0067 (–1.173)	0.2712** (3.553)	–	0.2354	1.2977
9	$\delta_{y_2} = p + b\delta_i$	1991.3– 2001.4	–0.0071 (–0.7804)	0.1580 (1.998)	0.4340** (2.9732)	0.3647	1.9073
10	$\delta_{y_2} = p + b\delta_i$	1994.2– 2001.4	0.0026 (0.5297)	0.2308* (2.422)	–	0.1683	1.9828

Примечания. Исходные данные приведены в табл. П1.4. В качестве темпов использованы темпы прироста. В скобках приведены  $t$ -статистики. Звездочкой помечены оценки параметров, отличающиеся от нуля на 5%-ном уровне значимости, а двумя звездочками – на 1%-ном уровне значимости.